

СМЫСЛ И ГРАФИЧЕСКОЕ ПРИМЕНЕНИЕ ПРОИЗВОДНОЙ

///

Производная – характеристика функции, которая показывает как и с какой скоростью меняются значения функции

1

Если функция возрастает, то в каждой точке возрастания значение производной больше 0 (положительное изменение значений)

2

Если функция убывает, то в каждой точке убывания значение производной меньше 0 (отрицательное изменение значений)

3

Если значения функции не меняются, то производная равна 0 (нулевое изменение)

ТОЧКИ ЭКСТРЕМУМА И ЭКСТРЕМУМЫ

1. Точка максимума – **значение x** , при котором достигается локальное наибольшее значение функции (холмик)
2. Точка минимума – **значение x** , при котором достигается локальное наименьшее значение функции (ямочка)
3. Точки экстремума – общее понятие для точек минимума и максимума
4. Экстремум – значение функции в точке экстремума (**значение y**)

ГЕОМЕТРИЧЕСКИЙ СМЫСЛ ПРОИЗВОДНОЙ

Чтобы найти значение производной в конкретной точке функции (x_0), необходимо построить касательную ($g(x) = kx + b$) к этой функции в данную точку. Тогда справедливо следующее:

$$\begin{cases} f(x_0) = g(x_0) \\ f'(x_0) = g'(x_0) \end{cases} \text{ или же } f'(x_0) = k$$

ФИЗИЧЕСКИЙ СМЫСЛ

///

Скорость – производная от уравнения пути.
Ускорение – производная от уравнения скорости.

Если имеется уравнение пути $S(t)$, то $V(t) = S'(t)$,
а $a(t) = V'(t)$

ПЕРВООБРАЗНАЯ В ЗАДАНИЯХ:

Первообразная используется при нахождении интегралов:

$$\int_b^a f(x) dx = F(a) - F(b) = S$$

где $F(x)$ – первообразная $f(x)$, S – площадь под графиком $f(x)$ между a и b

ПРОИЗВОДНАЯ В ЗАДАНИИ 12

ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ ПРОИЗВОДНЫХ

$$\begin{aligned} (C)' &= 0 & (a^x)' &= a^x \cdot \ln a & (\sin x)' &= \cos x \\ (x^\alpha)' &= \alpha x^{\alpha-1} & (\log_a x)' &= \frac{1}{x \cdot \ln a} & (\cos x)' &= -\sin x \end{aligned}$$

ПРАВИЛА ВЗЯТИЯ ПРОИЗВОДНЫХ

$$\begin{aligned} (f(x) \pm g(x))' &= f'(x) \pm g'(x) \\ (f(x) \cdot g(x))' &= f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x) \\ \left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' &= \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{g^2(x)} \end{aligned}$$

ПРОИЗВОДНАЯ СЛОЖНОЙ ФУНКЦИИ

$$(f(g(x)))' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$$

АЛГОРИТМ НАХОЖДЕНИЯ ТОЧЕК ЭКСТРЕМУМА

1. Находим производную
2. Приравниваем ее к 0
3. Решаем полученное уравнение
4. На числовой прямой расставляем полученные значения
5. Сверху по методу интервалов расставляем знаки производной
6. Снизу на каждом интервале показываем поведение функции
7. В зависимости от вопроса выбираем точку минимума/максимума

АЛГОРИТМ НАХОЖДЕНИЯ НАИБОЛЬШИХ/НАИМЕНЬШИХ ЗНАЧЕНИЙ ФУНКЦИИ

- Выполняем те же шаги, что и при нахождении точек экстремума
- Подставляем точки экстремума и границы заданного промежутка в **исходную** функцию, чтобы найти значения в этих точках
- Среди полученных значений выбираем то, что необходимо по смыслу задания