# МАТЕМАТИКА

**Здесь только то, чего нет в справочных материалах**

*Мои заметки*

## Степени, корни, логарифмы

$a^0 = 1$

$(\sqrt[n]{a})^n = a$

$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$

$\log_a b$

a – основание

b – аргумент

Логарифм показывает, в какую степень возвести a, чтобы получить b.

$\log_{a^n} b = \frac{1}{n} \cdot \log_a b$

$\frac{\log_c b}{\log_c a} = \log_a b$

$\log_a b \cdot \log_c d = \log_a d \cdot \log_c b$

## Квадратные уравнения

**ЧАСТНЫЕ СЛУЧАИ**

Вид: $ax^2 + c = 0$

– «ax²» оставляем слева, «c» переносим вправо.

Вид: $ax^2 + bx = 0$

– выносим «x» за скобку, затем каждый множитель приравниванием к нулю.

Вид: $A^2 = B^2$

$A = B$ или $A = -B$

1

## ОДЗ

1) **x** в знаменателе – знаменатель не равен нулю.
2) **x** под корнем (чётной степени) – делаем проверку, не записывая ОДЗ!
3) **x** под логарифмом – аргумент логарифма больше 0, основание больше 0 и не равно 1.

## Иррациональные уравнения

1) Оставить с одной стороны только корень, остальное перенести вправо;
2) Обе части возвести в квадрат;
3) Сделать проверку.

## Системы уравнений

Алгоритм решения:

1) В ЛЮБОМ из двух уравнений выражаем одну ЛЮБУЮ переменную;
2) Подставляем её в то уравнение, которое ещё не использовали – получаем уравнение с одной переменной;
3) Находим значение одной переменной;
4) Возвращаемся к месту, где мы выразили другую переменную и находим её значение.

## Дискриминант (вторая формула)

Для квадратного уравнения с чётным коэффициентом b:

$$D_1 = \left(\frac{b}{2}\right)^2 - ac$$

$$x_{1,2} = \frac{-\frac{b}{2} \pm \sqrt{D_1}}{a}$$

## Тригонометрические формулы

$\sin 2x = 2 \sin x \cos x$

$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x = 1 - 2\sin^2 x = 2\cos^2 x - 1$

$\mathrm{tg}x = \frac{\sin x}{\cos x}$ $\quad \mathrm{ctg}x = \frac{1}{\mathrm{tg}x}$

$1 + \mathrm{tg}^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$ $\quad 1 + \mathrm{ctg}^2 x = \frac{1}{\sin^2 x}$

## Отрицательные углы

$\sin(-x) = -\sin x$

$\cos(-x) = \cos x$

$\mathrm{tg}(-x) = -\mathrm{tg}x$

$\mathrm{ctg}(-x) = -\mathrm{ctg}x$

2

## Неравенства

При умножении/делении НА отрицательное число знак неравенства меняется.

Вид: $ax^2 + bx + c > 0$ (или **< 0**) раскладываем на множители!

Для этого приравниваем к нулю, находим корни уравнения $x_1$ и $x_2$ и записываем:

$a(x - x_1)(x - x_2) = 0$

Далее МЕТОД ИНТЕРВАЛОВ:

– отмечаем корни на прямой;

– подставляем число из крайнего правого промежутка в неравенство (знак неравенства будет одинаковый на всём интервале!);

– далее справа налево знаки чередуются.

### Логарифмические

ВАЖНО!

Если основание логарифма больше **1**, то знак неравенства сохраняется (мы просто убираем логарифмы). Если же основание больше **0** и меньше **1**, то знак неравенства между его выражениями меняется на противоположный.

$\log_a x > \log_a b \Rightarrow x > b$ (при $a > 1$)

$\log_a x > \log_a b \Rightarrow x < b$ (при $0 < a < 1$)

### Показательные

ВАЖНО!

Если основание в неравенстве больше **1**, то знак неравенства выполняется и для его показателей. Если же основание больше **0** и меньше **1**, то знак неравенства между его показателями меняется на противоположный.

$a^x > a^y \Rightarrow x > y$ (при $a > 1$)

$a^x > a^y \Rightarrow x < y$ (при $0 < a < 1$)

### Примерные значения корня и логарифма

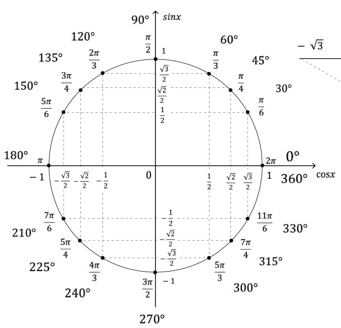
$\log_3 10 \approx \log_3 9 = 2$ $\quad \sqrt{82} \approx \sqrt{81} = 9$

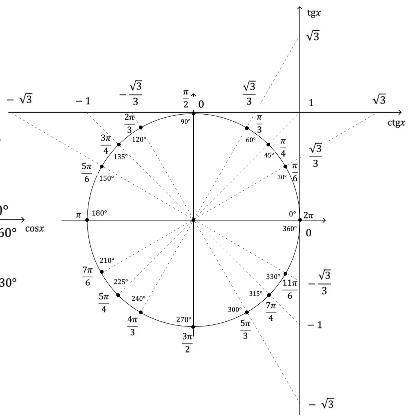
$\log_2 17 \approx \log_2 16 = 4$ $\quad \sqrt{3,2} = \sqrt{3,20} \approx \sqrt{3,24} = 1,8$

Когда возводим любое десятичное число в квадрат, получим чётное количество знаков после запятой.

3

## Тригонометрия




4

## Функции и производная

### Уравнение прямой $y = kx + b$

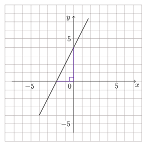
Если **k > 0**, то наклон прямой вправо.

Если **k < 0**, то наклон прямой влево.

Если **b > 0**, прямая по графику сдвигается вверх на величину **b**.

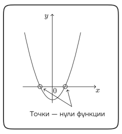
Если **b < 0**, прямая по графику сдвигается вниз на величину **b**.

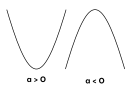
Если **b = 0**, прямая проходит через начало координат.



### Уравнение параболы $y = ax^2 + bx + c$ $\quad x_B = \frac{-b}{2a}$

Значение коэффициента **«c»** смотрим на пересечении параболы с осью **OY**.




Если a > 0, **ветви** параболы направлены **вверх**.

Если a < 0, **ветви** параболы направлены **вниз**.

Как найти коэффициент **k**?

На прямой находим две ЦЕЛЫЕ точки, через нижнюю проводим прямую параллельно OX, из верхней опускаем перпендикуляр на неё. Находим тангенс угла между прямой и OX (вертикальный катет делим на горизонтальный): k = 4 : 2 = 2.

Как найти коэффициент **b**?

Смотрим точку пересечения прямой с OY. b = 4.

### Нули квадратичной функции

Нули функции y = f(x) – это такие значения аргумента, при которых f(x) = 0.

Чтобы найти нули функции (точки пересечения параболы и прямой OX), нужно приравнять функцию к нулю и найти корни квадратного уравнения.

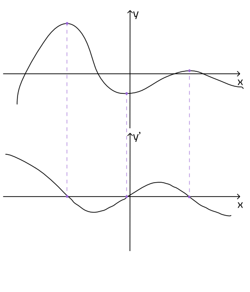
5

## Формулы приведения

При переходе от тригонометрических функций с аргументом 90° ±α, 180°± α, 270°± α, 360°± α (одна из данных четырёх точек ±α) используются следующие правила:

1) знак полученной функции ставится такой, какой имеет ИСХОДНАЯ функция (смотрим, в какой четверти лежит угол);

2) смотрим на одну из точек (90°, 180°, 270°, 360°): если эта точка лежит на вертикальной оси, меняем sin на cos, cos на sin, tg на ctg, ctg на tg; если на горизонтальной – не меняем.



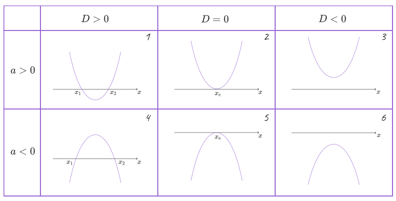

Для того, чтобы по графику функции понять, как примерно выглядит график её производной, нужно найти экстремумы функции (это нули производной), а также промежутки возрастания и убывания. Если функция возрастает, график производной будет выше оси X, если убывает – ниже оси X.

### Геометрический смысл производной

$$y' = \mathrm{tg}\,\alpha = k$$

Производная в данной точке численно равна тангенсу угла наклона касательной. Если касательную задать уравнением, коэффициент **k** будет равен значению производной в этой точке.

6

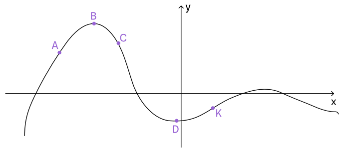



Если дискриминант больше нуля, парабола пересекает OX в двух точках.

Если дискриминант равен нулю, парабола касается OX.

Если дискриминант меньше нуля, то парабола не пересекает OX.

## Производная




Производная – это скорость изменения функции.

Производная показывает, КАК (с какой скоростью) меняется функция в конкретной точке.

Положительна или отрицательна функция смотрим по OY (перпендикуляр на OY из точки). Положительна или отрицательна производная смотрим по возрастанию или убыванию функции в точке.

| Функция | Производная |
|---|---|
| возрастает | положительна |
| убывает | отрицательна |
| экстремумы | равна нулю |

7

## Планиметрия
**Единицы измерения площади**

1 м$^2$ = 1 м · 1 м    1 ар = 10 м · 10 м = 100 м$^2$ = 1 сотка

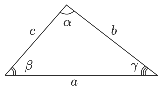
1 км$^2$ = 1 км · 1 км    1 га = 100 м · 100 м = 10000 м$^2$ = 100 соток

Сумма углов треугольника 180°.
Сумма углов четырёхугольника 360°.
Сумма углов n-угольника 180° · (n − 2).
Периметр – сумма длин всех сторон.

**Теорема синусов** ДЛЯ ЛЮБОГО ТРЕУГОЛЬНИКА!

$$\frac{a}{\sin\alpha}=\frac{b}{\sin\beta}=\frac{c}{\sin\gamma}=2R$$

R – радиус описанной около этого треугольника окружности

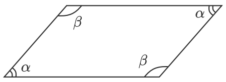


## Параллелограмм

– это четырёхугольник, у которого противоположные стороны попарно параллельны.

Свойства:
1) противоположные стороны и противоположные углы равны
2) диагонали точкой пересечения делятся пополам

Смежные (соседние) углы параллелограмма в сумме равны 180°.

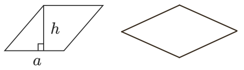


$\angle\alpha+\angle\beta=180^\circ$



## Ромб

– это ПАРАЛЛЕЛОГРАММ, у которого все стороны равны.



Свойства:
1) все свойства параллелограмма
2) диагонали перпендикулярны и являются биссектрисами углов ромба

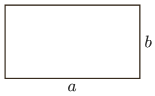
$S=a\cdot h$

## Прямоугольник

– это ПАРАЛЛЕЛОГРАММ, у которого все углы прямые.

Свойства:
1) все свойства параллелограмма
2) диагонали равны

$S=a\cdot b$



## Квадрат

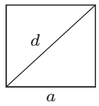
– это ПРЯМОУГОЛЬНИК, у которого все стороны равны.

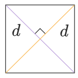
Свойства:
1) все свойства прямоугольника
2) диагонали перпендикулярны и делят углы квадрата пополам (свойства ромба)

$S=a^2$

Диагональ квадрата:

$d=a\sqrt{2}$





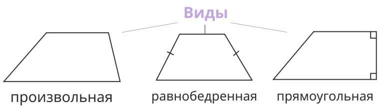
квадрат

$S=\frac{1}{2}d^2$



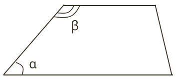
## Трапеция

– это четырёхугольник, у которого две стороны параллельны, а две другие – нет.




Свойства равнобедренной трапеции:
1) диагонали и углы при основании равны
2) около неё можно описать окружность

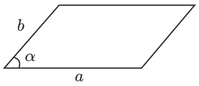
Для решения задачи с трапецией часто нужно провести высоту, а в равнобедренной – две высоты.



Углы трапеции, прилежащие к одной боковой стороне, в сумме равны 180°.

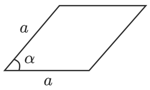


## Площадь параллелограмма



параллелограмм

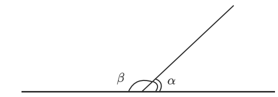
$S=ab\sin\alpha$



ромб

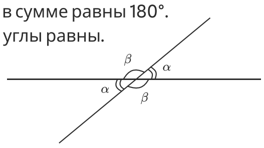
$S=a^2\sin\alpha$

## Вертикальные и смежные углы

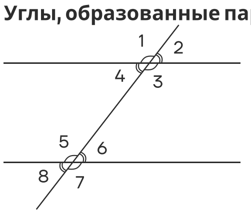


$\alpha+\beta=180^\circ$

Смежные углы в сумме равны 180°.
Вертикальные углы равны.



## Углы, образованные параллельными прямыми и секущей

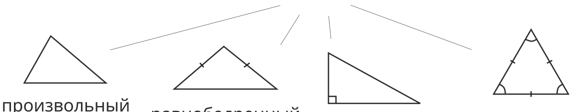


- Накрестлежащие углы равны (4 и 6, 3 и 5);
- Соответственные углы равны (1 и 5, 4 и 8, 2 и 6, 3 и 7);
- Односторонние углы в сумме равны 180° (4 и 5, 3 и 6).



## Треугольник

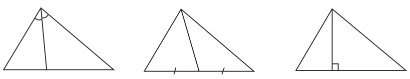
**Виды треугольников**



произвольный   равнобедренный   прямоугольный   правильный (равносторонний)

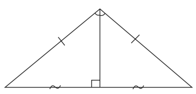
## Биссектриса, медиана, высота

**Биссектриса** треугольника делит **УГОЛ** пополам.
**Медиана** треугольника делит **СТОРОНУ** пополам (противолежащую).
**Высота** треугольника **ПЕРПЕНДИКУЛЯРНА** стороне, к которой проведена.



биссектриса   медиана   высота

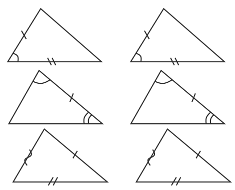
**В равнобедренном треугольнике все эти три отрезка совпадают** (в случае, если проведены к основанию!)





**Признаки равенства треугольников**

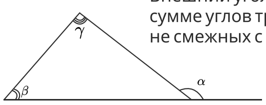
1) по двум сторонам и углу между ними
2) по двум углам и стороне
3) по трём сторонам



**Внешний угол треугольника**

**Внешний угол треугольника –** угол, смежный с каким-либо из углов треугольника.

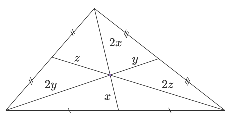
Внешний угол равен сумме углов треугольника, не смежных с ним.



$\alpha=\beta+\gamma$

**Теорема о медианах треугольника**

Медианы любого треугольника точкой пересечения делятся в отношении **2 : 1**, считая от вершины.

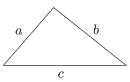




## Доп. формулы площади треугольника

Формула Герона:

$S=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

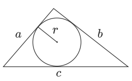


$p$ – полупериметр

$p=\frac{a+b+c}{2}$

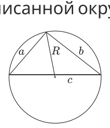
Через радиус вписанной окружности:

$S=pr$

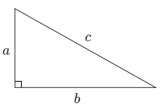


Через радиус описанной окружности:

$S=\frac{abc}{4R}$



## Прямоугольный треугольник



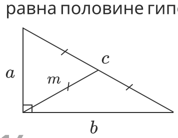
$a, b$ – катеты
$c$ – гипотенуза (напротив прямого угла!)

**Катет напротив 30°**

В прямоугольном треугольнике катет, лежащий напротив угла 30°, равен половине гипотенузы.

**Медиана, проведённая из вершины прямого угла**

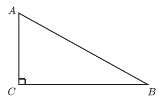
В прямоугольном треугольнике медиана, проведённая из вершины прямого угла, равна половине гипотенузы.



$m=\frac{c}{2}$



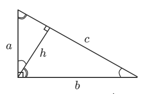
Синус – отношение противолежащего катета к гипотенузе.
Косинус – отношение прилежащего катета к гипотенузе.
Тангенс – отношение противолежащего катета к прилежащему.
Котангенс – отношение прилежащего катета к противолежащему.



В прямоугольном треугольнике (где угол C = 90°) всегда выполняется:

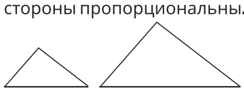
$\sin A=\cos B$
$\operatorname{tg}A=\operatorname{ctg}B$

Высота, проведённая из вершины прямого угла:
1) Находится по формуле: $h=\frac{ab}{c}$
где a, b – катеты; c – гипотенуза
2) Делит треугольник на два треугольника, подобных исходному

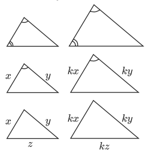


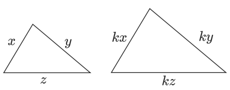
**Признаки подобия**

В подобных треугольниках соответственные углы равны, а соответственные стороны пропорциональны.



1) По двум углам.
2) Две стороны пропорциональны, а углы между ними равны.
3) Три стороны пропорциональны.

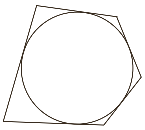




Площади подобных треугольников относятся как квадрат коэффициента подобия. $\frac{S_1}{S_2}=k^2$

Любые две правильные фигуры подобны. Любые два круга подобны.

Площадь ЛЮБОГО* **n**–угольника равна:



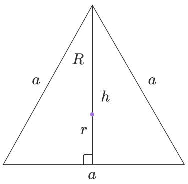
$S = pr$

p – полупериметр

$p = \dfrac{P}{2}$

*в который можно вписать окружность

### Правильный треугольник




– все стороны равны;
– все углы по 60°.

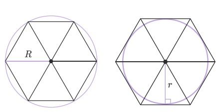
$R = 2r$

$R = \dfrac{2}{3}h$

$r = \dfrac{1}{3}h$

### Правильный шестиугольник

– это шестиугольник, в котором равны все стороны и все углы.




$R = a$

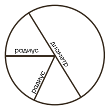
$S = \dfrac{3\sqrt{3}a^2}{2}$

$r = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$

Правильный шестиугольник своими диагоналями делится на 6 правильных треугольников.

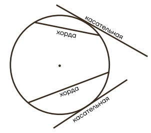


### Круг и окружность




**Радиус** – отрезок, соединяющий любую точку окружности с центром. Все радиусы одной окружности равны.

**Диаметр** – хорда, проходящая через центр окружности.



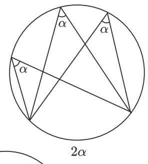

**Хорда** – отрезок, соединяющий любые две точки на окружности.

**Касательная** – прямая, имеющая с окружностью только одну общую точку.

**Вписанный угол** – угол, вершина которого лежит на окружности, а стороны пересекают эту окружность.

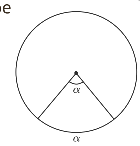
**Вписанный угол** измеряется **половиной дуги,** на которую он опирается.

**Вписанные углы, опирающиеся на одну и ту же дугу, равны.**



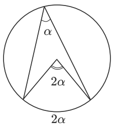

**Центральный угол** – угол, вершина которого лежит в центре окружности, а стороны пересекают эту окружность.

**Центральный угол равен дуге,** на которую он опирается.

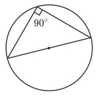





Если вписанный и центральный углы одной окружности опираются на одну дугу, то **вписанный угол равен половине центрального угла.**

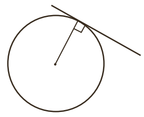


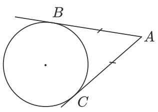

Вписанный угол, опирающийся на диаметр – прямой.




**Отрезки касательных** к окружности, проведённые из одной точки, **равны** (AB = AC).

**Касательная** к окружности **перпендикулярна радиусу,** проведённому в точку касания.

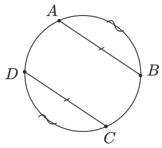





### Хорды и дуги

**Равные хорды** стягивают **равные дуги.**

$AB = CD \Rightarrow \smile AB = \smile CD$






### Треугольник и окружность

Вписанный треугольник – треугольник, все вершины которого лежат на окружности. Тогда окружность называется описанной вокруг треугольника.

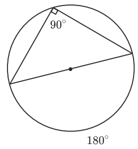
Треугольник описан около окружности, если эта окружность касается всех его сторон. Тогда окружность называется вписанной в треугольник.

В любой треугольник можно вписать окружность и около любого треугольника можно описать окружность.

Центр вписанной окружности у ЛЮБОГО треугольника – точка пересечения биссектрис.

Центр описанной окружности у ЛЮБОГО треугольника – точка пересечения серединных перпендиуляров.

Если прямоугольный треугольник вписан в окружность, то её центр – середина гипотенузы.



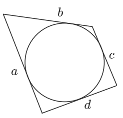

Радиус окружности, вписанной в прямоугольный треугольник:

$r = \dfrac{a+b-c}{2}$

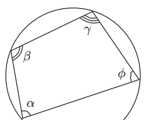


### Четырёхугольник и окружность

В четырёхугольник можно вписать окружность, если суммы его противоположных сторон равны: $a + c = b + d$

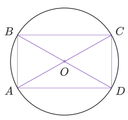



Около четырёхугольника можно описать окружность, если суммы его противоположных углов равны: $\alpha + \gamma = \beta + \phi$ (суммы противоположных углов будут равны 180°).

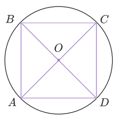



### Центры окружностей

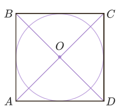
Центром окружности, описанной около прямоугольника, является точка пересечения его диагоналей.




Центром окружности, описанной около квадрата, является точка пересечения его диагоналей.




Центром окружности, вписанной в квадрат, является точка пересечения его диагоналей.



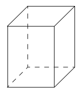


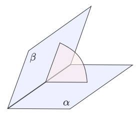

### Стереометрия Основные сведения

Ребро – отрезок, соединяющий две вершины многоугольника или многогранника.

Двугранный угол – угол между двумя гранями.

Поверхности многогранника называют гранями. Грани представляют собой плоскости, ограниченные сторонами многоугольников, из которых состоит многогранник.

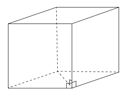




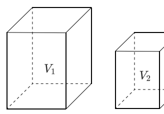

Равновеликие фигуры – плоские фигуры, имеющие одинаковую площадь.

Равновеликие тела – тела, имеющие равные объёмы.

Если прямая перпендикулярна плоскости, то она перпендикулярна всем прямым, лежащим в этой плоскости.



Отношение объёмов двух подобных многогранников равно кубу коэффициента подобия. Отношение площадей поверхности двух подобных многогранников равно квадрату коэффициента подобия.




$\dfrac{V_1}{V_2} = k^3$

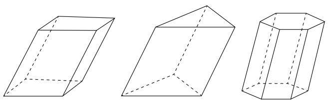
$\dfrac{S_1}{S_2} = k^2$

**Любые два куба/шара всегда подобны. Если все рёбра многогранника увеличили в одно и то же количество раз, получим подобный многогранник.**



### Призма

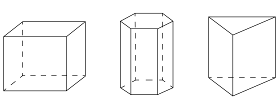
– это многогранник, две грани которого являются равными многоугольниками, находящимися в параллельных плоскостях, а остальные грани – параллелограммами.



Грани, которые находятся в параллельных плоскостях, называются основаниями призмы, а остальные грани – боковыми гранями призмы.

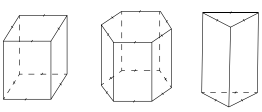
### Прямая призма

– это призма, у которой боковые рёбра перпендикулярны её основаниям.



### Правильная призма

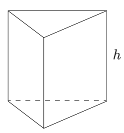
– это прямая призма, у которой основания – правильные многоугольники.





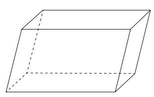
Площадь поверхности любой призмы $S_{пов} = 2 \cdot S_{осн} + S_{бок}$

Высота совпадает с боковым ребром только у ПРЯМОЙ призмы!




### Параллелепипед

– это призма, основанием которой является параллелограмм.



Объём ЛЮБОГО параллелепипеда:

$V = S_{осн} \cdot h$

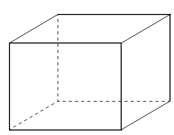
Площадь поверхности:

$S_{пов} = 2 \cdot S_{осн} + S_{бок}$

Все грани параллелепипеда – параллелограммы.

### Прямой параллелепипед

– это параллелепипед, у которого все рёбра перпендикулярны плоскости основания.

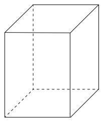


Основания – параллелограммы;
Боковые грани – прямоугольники.

## Прямоугольный параллелепипед

– это прямой параллелепипед, у которого в основании прямоугольник.

$$V = abc$$
$$S_{\text{пов}} = 2(ab + bc + ac)$$



Все грани прямоугольного параллелепипеда – прямоугольники.

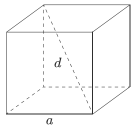
## Куб

– правильный многогранник, каждая грань которого представляет собой квадрат. Частный случай параллелепипеда и призмы.

## Диагональ куба

$$d = a\sqrt{3}$$

$$V = a^3$$
$$S_{\text{пов}} = 6 \cdot a^2$$



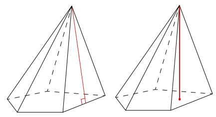

## Пирамида

– это многогранник, одна из граней которого – произвольный многоугольник, а остальные грани – треугольники, имеющие общую вершину.

**Вершина пирамиды** – точка, соединяющая боковые рёбра и не лежащая в плоскости основания.

**Высота пирамиды** – отрезок перпендикуляра, проведённого из вершины пирамиды к плоскости её основания.

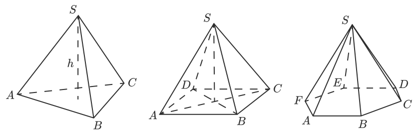
**Апофема** – высота боковой грани.





## Правильная пирамида

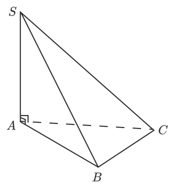
– пирамида, основание которой ПРАВИЛЬНЫЙ многоугольник, а вершина проецируется в центр основания.




Свойства:
- боковые рёбра равны;
- все боковые грани – равнобедренные треугольники.

## Прямоугольная пирамида

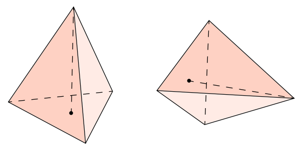
– это пирамида, в которой одно из боковых рёбер перпендикулярно основанию. В этом случае данное ребро и будет высотой пирамиды.




## Тетраэдр

– это треугольная пирамида.

В тетраэдре ЛЮБАЯ грань может быть принята за основание пирамиды.

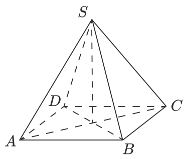




## Пирамида

Площадь поверхности любой пирамиды

$$S_{\text{пов}} = S_{\text{осн}} + S_{\text{бок}}$$




## Цилиндр

– тело, состоящее из двух равных кругов и всех отрезков, соединяющих соответствующие точки этих кругов.

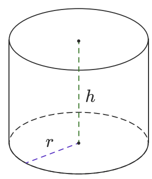
**Основания** (круги) цилиндра **равны** и лежат в **параллельных плоскостях**.

**Образующие цилиндра** – отрезки, соединяющие соответствующие точки окружностей кругов. Образующие цилиндра параллельны и равны.

**Высота цилиндра** – расстояние между плоскостями оснований.

**Ось цилиндра** – прямая, проходящая через центры оснований.

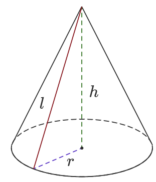
$$S_{\text{полн}} = 2\pi rh + 2\pi r^2$$






## Конус

– это тело, состоящее из круга (основания конуса), точки, которая не лежит в плоскости этого круга (вершины конуса) и всех отрезков, которые соединяют вершину конуса с точками основания (образующих конуса).




$l$ – образующая

$$S_{\text{полн}} = \pi rl + \pi r^2$$

**Высота конуса** – перпендикуляр, опущенный из вершины конуса на плоскость основания.

**Основание высоты** – центр круга.



## Часть от числа, проценты, пропорции

Чтобы найти часть от числа, нужно эту **часть умножить на число.**

Процент – это **одна сотая часть** числа.

$50\%$ – это $\frac{50}{100} = \frac{1}{2}$. Значит, делим число на $2$.

$25\%$ – это $\frac{25}{100} = \frac{1}{4}$. Значит, делим число на $4$.

$20\%$ – это $\frac{20}{100} = \frac{1}{5}$. Значит, делим число на $5$.

$10\%$ – это $\frac{10}{100} = \frac{1}{10}$. Значит, делим число на $10$.

$5\%$ – это $\frac{5}{100} = \frac{1}{20}$. Значит, делим число на $20$.

В пропорции произведение крайних членов равно произведению средних.

средние

32 : 4 = 96 : 12

крайние

$\boxed{32 : 4 = 96 : 12}$ пропорция

отношение

4 6 , 1 2 3 4

целые, десятые, сотые, тысячные, десятитысячные



## Сложные проценты

Если увеличиваем число A на p%, умножаем его на $1 + \frac{p}{100}$.

Если уменьшаем число A на p%, умножаем его на $1 - \frac{p}{100}$.

коэффициент увеличения

$$A \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)$$

$$A \cdot \left(1 - \frac{p}{100}\right)$$

коэффициент уменьшения

## Арифметическая прогрессия

Формула n-го члена арифметической прогрессии:

$$a_n = a_1 + d(n-1)$$

Формулы суммы арифметической прогрессии:

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n \qquad S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n$$

## Движение

$$S = v \cdot t \qquad v\text{ср.} = \frac{S\text{ общ.}}{t\text{ общ.}}$$

$S$ – расстояние;
$v$ – скорость;
$t$ – время.

## Формула работы

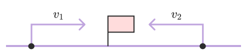
$$A = v \cdot t$$

$A$ – работа,
$v$ – производительность,
$t$ – время.



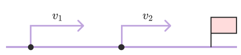
## Скорость сближения и удаления

1. Встречное:
Когда объекты движутся навстречу друг другу, они сближаются со скоростью, равной сумме скоростей.



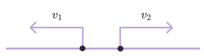

$$v_{\text{сбл.}} = v_1 + v_2$$

2. Вдогонку:
Когда один объект догоняет другой, они сближаются со скоростью, равной разности скоростей.



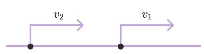

$$v_{\text{сбл.}} = v_1 - v_2$$

3. Движение в противоположных направлениях:
Когда объекты движутся в противоположном направлении, они удаляются друг от друга со скоростью, равной сумме скоростей.




$$v_{\text{уд.}} = v_1 + v_2$$

4. Движение с отставанием:
Когда объекты движутся в одном направлении, и один отстаёт от другого, они удаляются друг от друга со скоростью, равной разности скоростей.




$$v_{\text{уд.}} = v_1 - v_2$$



## Вероятность события

Вероятность – отношение числа благоприятных событий ко всем возможным.

$$P = \frac{m}{n} \qquad 0 \le P \le 1$$

ВЕРОЯТНОСТИ ПРОТИВОПОЛОЖНЫХ СОБЫТИЙ В СУММЕ РАВНЫ 1.

## Сумма вероятностей

Вероятность того, что наступит ХОТЯ БЫ ОДНО из двух несовместных событий, считается как сумма вероятностей этих событий:

$$P(A+B) = P(A) + P(B)$$
**«ИЛИ»**

## Произведение вероятностей

Если происходят два независимых события A и B с вероятностями P(A) и P(B), то вероятность появления события A и B одновременно равна произведению вероятностей:

$$P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B)$$
**«И»**

## Свойства чисел

Натуральные числа – 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 и т.д.

Целые числа – это −3, −2, −1, 0, 1, 2, 3 и др.

**0 –** чётное целое число. Не является ни положительным, ни отрицательным.

## Признаки делимости

| | |
|---|---|
| На **2:** | Все чётные числа делятся на 2. |
| На **5:** | Все числа, оканчивающиеся на 5 или 0. |
| На **10:** | Все числа, оканчивающиеся на 0. |
| На **3:** | Если сумма цифр числа делится на 3, то и само число делится на 3. |
| На **9:** | Если сумма цифр числа делится на 9, то и само число делится на 9. |
| На **4:** | Число делится на 4, если две его последние цифры – нули или образуют число, которое делится на 4. |
| На **8:** | Число делится на 8, если три его последние цифры – нули или образуют число, которое делится на 8. |
| На **11:** | На 11 делятся только те числа, у которых сумма цифр, стоящих на нечётных местах, либо равна сумме цифр, стоящих на чётных местах, либо отличается от неё на число, кратное 11. |

32

## Простые и составные числа

**Простое число –** натуральное число, имеющее ровно два различных натуральных делителя – единицу и самого себя. Например, 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29 и т.д.

**1 –** не простое число.

**Составное число –** натуральное число, большее 1, не являющееся простым. Например, 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18, 20 и т.д.

## Основная теорема арифметики

Любое натуральное число можно разложить на простые множители единственным образом.

## Делимость на составные числа

Число делится на составное число n, если оно делится на все его взаимно простые делители.

Что делать в задаче? Пусть сказали, что искомое число делится на 36.
Раскладываем 36 на простые множители и перемножаем одинаковые:
$36 = 6 \cdot 6 = 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3 = 9 \cdot 4 \Rightarrow$ чтобы число делилось на 36, оно должно одновременно делиться на 9 и на 4 (далее используем признаки делимости).

33

34

35

36

37

38

39