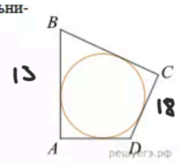
Решения задач с ДВ ЕГЭ-2026

Задание №1 - вписанная окружность в четырехугольник

1 **Тип 1 № 661070**

В четырехугольник $ABCD$ вписана окружность, $AB = 13$, $CD = 18$. Найдите периметр четырехугольника $ABCD$.



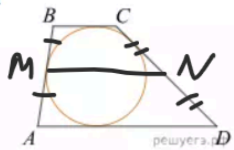
Ответ:

$$AB + CD = BC + AD \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P = (AB + CD)\cdot 2 = \overset{31}{(13+18)}\cdot 2 = 62$$

2 **Тип 1 № 54373**

Около окружности описана трапеция, периметр которой равен 84. Найдите длину её средней линии.



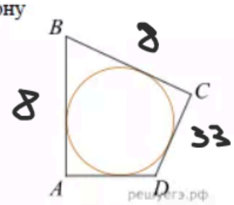
Ответ:

$$AB + CD = BC + AD = \frac{P}{2}$$

$$MN = \frac{BC+AD}{2} = \frac{\frac{84}{2}}{2} = \frac{42}{2} = 21$$

3 **Тип 1 № 54551**

В четырехугольник $ABCD$ вписана окружность, $AB = 8$, $BC = 8$ и $CD = 33$. Найдите четвертую сторону четырехугольника.



Ответ:

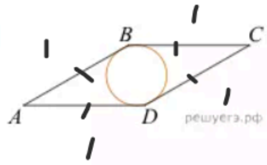
$$AB + CD = BC + AD$$

$$8 + 33 = 8 + AD$$

$$AD = 33$$

4 **Тип 1 № 27913**

Сторона ромба равна 1, острый угол равен 30°. Найдите радиус вписанной окружности этого ромба.



Ответ:

$$P = 1 \cdot 4 = 4$$

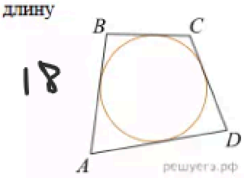
$$S = ab\sin\alpha = 1 \cdot 1 \cdot \sin 30 = 1 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$S = \frac{P}{2} \cdot r$$

$$r = \frac{2S}{P} = \frac{2 \cdot \frac{1}{2}}{4} = \frac{1}{4} = 0{,}25$$

5 **Тип 1 № 627979**

В четырёхугольник $ABCD$, периметр которого равен 54, вписана окружность, $AB = 18$. Найдите длину стороны CD.



Ответ:

$$AB + CD = BC + AD$$

$$P = (AB + CD) \cdot 2 = (18 + CD) \cdot 2$$

$$(18 + CD) \cdot 2 = 54$$

$$18 + CD = 27$$

$$CD = 9$$

Задание №2 - длина вектора

4 **Тип 2 № 672734**

Найдите длину вектора $3\vec{a}$, если $\vec{a}(-8;6)$.

Ответ:

$$3\bar{a} = 3(-8;6) = (-24;18)$$

$$|3\bar{a}| = \sqrt{(-24)^2 + 18^2} = \sqrt{576+324} = \sqrt{900} = 30$$

3 **Тип 2 № 660709**

Даны векторы $\vec{a} = (17;0)$, $\vec{b} = (-1;1)$. Найдите длину вектора $\vec{a} + 12\vec{b}$.

Ответ:

$$12\bar{b} = 12(-1;1) = (-12;12)$$

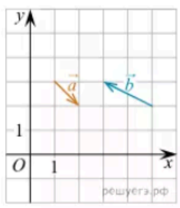
$$\bar{a} + 12\bar{b} = (17;0) + (-12;12) =$$

$$= (17+(-12);0+12) = (5;12)$$

$$|\bar{a}+12\bar{b}| = \sqrt{5^2+12^2} = \sqrt{169} = 13$$

2 **Тип 2 № 649905**

На координатной плоскости изображены векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Найдите длину вектора $2\vec{a} - \vec{b}$.



Ответ:

$$\bar{a}(1;-1);\ \bar{b}(-2;1)$$

$$2\bar{a} = 2(1;-1) = (2;-2)$$

$$2\bar{a} - \bar{b} = (2-(-2);-2-1) = (4;-3)$$

$$|2\bar{a}-\bar{b}| = \sqrt{4^2+(-3)^2} = \sqrt{25} = 5$$

1 **Тип 2 № 644850**

Даны векторы $\vec{a} = (1; 2)$, $\vec{b} = (-3; 6)$ и $\vec{c} = (4; -2)$. Найдите длину вектора $\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$.

Ответ:

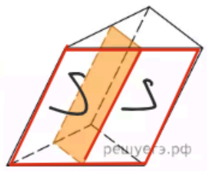
$$\bar{a} - \bar{b} = (1-(-3); 2-6) = (4; -4)$$

$$(4; -4) + (4; -2) = (4+4; -4+(-2)) = (8; -6)$$

$$|\bar{a} - \bar{b} + c| = \sqrt{8^2 + (-6)^2} = \sqrt{100} = 10$$

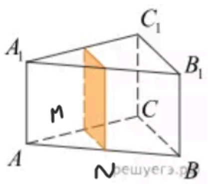
Задание №3 площадь бок.поверхности

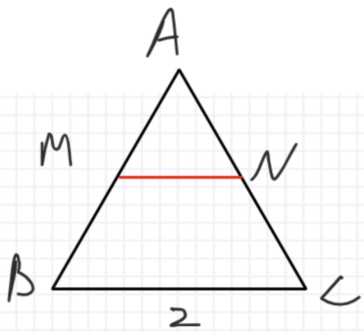
Через среднюю линию основания треугольной призмы проведена плоскость, параллельная боковому ребру. Площадь боковой поверхности отсеченной треугольной призмы равна 8. Найдите площадь боковой поверхности исходной призмы.



$$8 \cdot 2 = 16$$

В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ стороны оснований равны 2, боковые рёбра равны 5. Найдите площадь сечения призмы плоскостью, проходящей через середины рёбер AB, AC, A_1B_1 и A_1C_1.





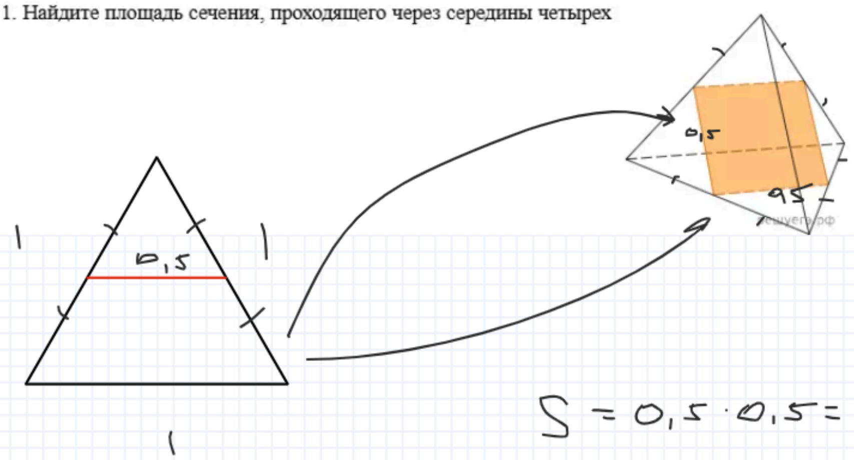
$$MN = \frac{AC}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

$$S = 1 \cdot 5 = 5$$

Через среднюю линию основания треугольной призмы проведена плоскость, параллельная боковому ребру. Площадь боковой поверхности отсеченной треугольной призмы равна 10. Найдите площадь боковой поверхности исходной призмы.

$$10 \cdot 2 = 20$$

Ребра тетраэдра равны 1. Найдите площадь сечения, проходящего через середины четырех его ребер.



$S = 0{,}5 \cdot 0{,}5 = 0{,}25$

Задание №4 - легчайшая

В сборнике билетов по математике всего 20 билетов, в 7 из них встречается вопрос по теме "Производная". Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику **не достанется** вопроса по теме "Производная".

13 – не произв

$\Rightarrow \quad \frac{13}{20} = \frac{65}{100} = \underline{0{,}65}$

На экзамен вынесено 60 вопросов, Андрей не выучил 3 из них. Найдите вероятность того, что ему попадется выученный вопрос.

57 выучил

$\frac{57}{60} = \frac{19}{20} = \underline{0{,}95}$

В среднем из 1400 садовых насосов, поступивших в продажу, 7 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает.

7 – под.

1400 – 7 = 1397 не под.

$P(x) = \frac{7}{1400} = \frac{1}{200} = 0{,}05$

$P(v) = 1 - 0{,}05 = \underline{0{,}95}$

Задание №5-выстрелы

Стрелок стреляет по одному разу в каждую из четырёх мишеней. Вероятность попадания в мишень при каждом отдельном выстреле равна 0,6. Найдите вероятность того, что стрелок попадёт в две первые мишени и не попадёт в две последние.

попал: 0,6
не попал: 1−0,6=0,4

$P(A) = VVXX$

$P(A) = \underbrace{0{,}6 \cdot 0{,}6}_{0{,}36} \cdot \underbrace{0{,}4 \cdot 0{,}4}_{0{,}16} = 0{,}0576$

$$\begin{array}{r} 16 \\ \times 36 \\ \hline 576 \end{array}$$

Биатлонист пять раз стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,8. Найдите вероятность того, что биатлонист первые три раза попал в мишени, а последние два промахнулся. Результат округлите до сотых.

попал: 0,8
не попал: 1−0,8=0,2

$P(5) = VVVXX$

$P(5) = \underbrace{0{,}8 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}8}_{0{,}8^3 = 0{,}512} \cdot \underbrace{0{,}2 \cdot 0{,}2}_{0{,}2^2 = 0{,}04}$

$0{,}512 \cdot 0{,}04 = 0{,}02048$

Отв: 0,02

Стрелок стреляет по мишени один раз. В случае промаха стрелок делает второй выстрел по той же мишени. Вероятность попасть в мишень при одном выстреле равна 0,7. Найдите вероятность того, что мишень будет поражена (либо первым, либо вторым выстрелом).

V − 0,7
X − 0,3

P(A) − попал с 1 раза
P(B) − попал со второго раза

$P(A) = 0{,}7$

$P(B) = 0{,}3 \cdot 0{,}7 = 0{,}21$

$P(A+B) = 0{,}7 + 0{,}21 = 0{,}91$

Задание №6 степенные или логарифмы

1 Тип 6 № 524013

Найдите корень уравнения $2^{1-3x}=16$.

Ответ:

$$2^{1-3x}=2^4$$

$$1-3x=4$$

$$-3=3x$$

$$x=-1$$

2 Тип 6 № 2855

Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{7}\right)^{5x-3}=\frac{1}{49}$.

Ответ:

$$\left(\frac{1}{7}\right)^{5x-3}=\left(\frac{1}{7}\right)^2$$

$$5x-3=2$$

$$5x=5$$

$$x=1$$

3 Тип 6 № 530684

Найдите корень уравнения $4^{x-15}=\frac{1}{2}$.

Ответ:

$$(2^2)^{x-15}=2^{-1}$$

$$2^{2x-30}=2^{-1}$$

$$2x-30=-1$$

$$2x=29$$

$$x=14{,}5$$

Найдите корень уравнения $\log_2(4-x)=7$.

$$7=\log_2 128$$

$$\cancel{\log_2}(4-x)=\cancel{\log_2}128$$

$$4-x=128$$

$$x=4-128$$

$$\underline{x=-124}$$

Найдите корень уравнения $\log_{\frac{1}{7}}(7-x) = -2.$

$$\log_{7^{-1}}(7-x)=-2$$

$$\frac{1}{-1}\log_7(7-x)=-2$$

$$+\log_7(7-x)=+2 \quad \Big| \cdot -1$$

$$\log_7(7-x)=2 \qquad 2=\log_7 49$$

$$\cancel{\log_7}(7-x)=\cancel{\log_7}49$$

$$7-x=49$$

$$x=7-49$$

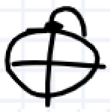
$$\underline{x=-42}$$

Задание №7 - числовые выражения с тригой

1 **Тип 7 № 77412** i

Найдите значение выражения $\frac{5\sin 98^\circ}{\sin 49^\circ \cdot \sin 41^\circ}.$

$$\frac{5\cdot \overbrace{2\sin 49\cos 49}^{\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha}}{\sin 49\cdot\sin(90-49)} = \frac{5\cdot 2\cancel{\sin 49}\cancel{\cos 49}}{\cancel{\sin 49}\cdot\cancel{\cos 49}} = 10$$



2 **Тип 7 № 77413** i

Найдите значение выражения $\frac{5\sin 74^\circ}{\cos 37^\circ \cdot \cos 53^\circ}.$

$$\frac{5\cdot \overbrace{2\sin 37\cos 37}^{\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha}}{\cos 37\cdot\cos(90-37)} = \frac{5\cdot 2\cancel{\sin 37}\cancel{\cos 37}}{\cancel{\cos 37}\cdot\cancel{\sin 37}} = 10$$

3 Тип 7 № 245169

Найдите значение выражения $8\sin\frac{5\pi}{12}\cdot\cos\frac{5\pi}{12}$.

$$4\cdot\underbrace{2\sin\frac{5\pi}{12}\cdot\cos\frac{5\pi}{12}}_{\sin 2\alpha}=$$

$$=4\cdot\sin\left(2\cdot\frac{5\pi}{12}\right)=4\cdot\sin\frac{5\pi}{6}=$$

$$=4\cdot\frac{1}{2}=2$$

4 Тип 7 № 245170

Найдите значение выражения $\sqrt{3}\cos^2\frac{5\pi}{12}-\sqrt{3}\sin^2\frac{5\pi}{12}$.

$$\sqrt{3}\,\underbrace{\left(\cos^2\frac{5\pi}{12}-\sin^2\frac{5\pi}{12}\right)}_{\cos 2\alpha}=$$

$$=\sqrt{3}\cdot\cos\left(2\cdot\frac{5\pi}{12}\right)=$$

$$=\sqrt{3}\cdot\cos\frac{5\pi}{6}=\sqrt{3}\cdot-\frac{\sqrt{3}}{2}=-\frac{3}{2}=-1{,}5$$

5 Тип 7 № 245171

Найдите значение выражения $\sqrt{12}\cos^2\frac{5\pi}{12}-\sqrt{3}$.

$$\sqrt{3}\left(\sqrt{4}\cos^2\frac{5\pi}{12}-1\right)=$$

$$=\sqrt{3}\,\underbrace{\left(2\cos^2\frac{5\pi}{12}-1\right)}_{\cos 2\alpha}=$$

$$=\sqrt{3}\cdot\cos\left(2\cdot\frac{5\pi}{12}\right)=$$

$$=\sqrt{3}\cos\frac{5\pi}{6}=\sqrt{3}\cdot\frac{-\sqrt{3}}{2}=\frac{-3}{2}=-1{,}5$$

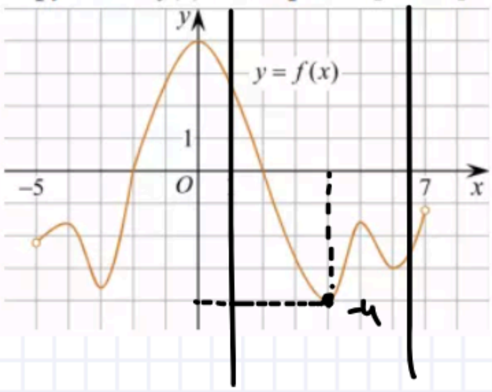
6 Тип 7 № 510312

Найдите значение выражения $\frac{50\sin 19^\circ\cdot\cos 19^\circ}{\sin 38^\circ}$.

$$\frac{25\cdot\underbrace{2\sin 19\cos 19}_{\sin 2\alpha}}{\sin 38}=\frac{25\cdot\cancel{\sin 38}}{\cancel{\sin 38}}=25$$

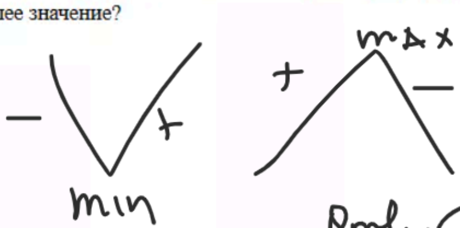
Задание №8 - база наиб. и наим.значение

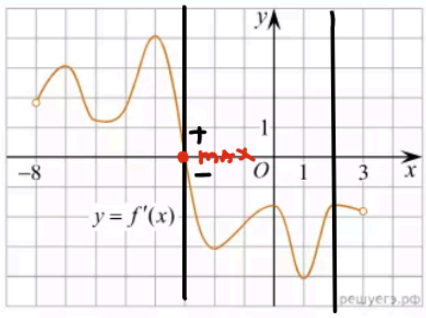
На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-5; 7)$. Найдите наименьшее значение функции $f(x)$ на отрезке $[1; 6{,}5]$.



−4

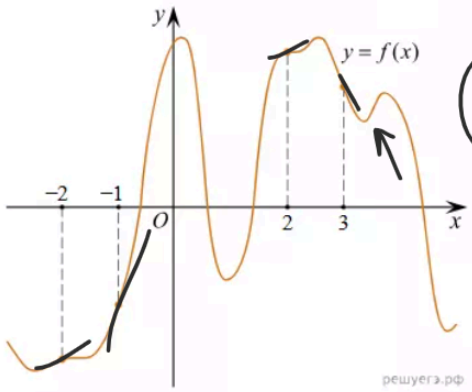
На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-8; 3)$. В какой точке отрезка $[-3; 2]$ функция $f(x)$ принимает наибольшее значение?





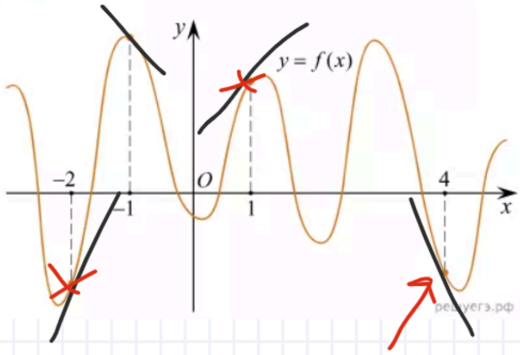
Отв: −3

На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и отмечены точки -2, -1, 2, 3. В какой из этих точек значение производной наименьшее? В ответе укажите эту точку.



3

На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и отмечены точки −2, −1, 1, 4. В какой из этих точек значение производной наименьшее? В ответе укажите эту точку.



чем реще убывает

4

Задание №9 - рациональность или логарифм

Водолазный колокол, содержащий в начальный момент времени $v = 3$ моль воздуха объемом $V_1 = 8$ л, медленно опускают на дно водоема. При этом происходит изотермическое сжатие воздуха до конечного объема V_2. Работа, совершаемая водой при сжатии воздуха, определяется выражением $A = \alpha v T \log_2 \frac{V_1}{V_2}$ (Дж), где $\alpha = 5{,}75$ — постоянная, а $T = 300$ К — температура воздуха. Какой объем V_2 (в литрах) станет занимать воздух, если при сжатии газа была совершена работа в 10 350 Дж?

$$10\,350 = 5{,}75 \cdot 3 \cdot 300 \cdot \log_2 \frac{8}{V_2}$$

$$10\,350 = 5{,}75 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 100 \cdot \log_2 \frac{8}{V_2}$$

$$\overset{18}{\cancel{10\,350}} = \overset{1}{\cancel{575}} \cdot 9 \cdot \log_2 \frac{8}{V_2} \;\Big|\; :575$$

$$\overset{2}{\cancel{18}} = \cancel{9} \cdot \log_2 \frac{8}{V_2} \;\Big|\; :9$$

$$2 = \log_2 \frac{8}{V_2} \qquad 2 = \log_2 4$$

$$\cancel{\log_2} 4 = \cancel{\log_2} \frac{8}{V_2}$$

$$\frac{8}{V_2} = \frac{4}{1}$$

$$4V_2 = 8$$

$$V_2 = 2$$

К источнику с ЭДС $\varepsilon = 55$ В и внутренним сопротивлением $r = 0{,}5$ Ом, хотят подключить нагрузку с сопротивлением R Ом. Напряжение на этой нагрузке, выражаемое в вольтах, дается формулой $U = \frac{\varepsilon R}{R+r}$. При каком наименьшем значении сопротивления нагрузки напряжение на ней будет не менее 50 В? Ответ выразите в омах.

$$\frac{50}{1} = \frac{55 \cdot R}{R + 0{,}5}$$

$$55R = 50(R + 0{,}5) \;\Big|\; :5$$

$$11R = 10(R + 0{,}5)$$

$$11R = 10R + 5$$

$$R = 5$$

Ёмкость высоковольтного конденсатора в телевизоре $C = 2 \cdot 10^{-6}$ Ф. Параллельно с конденсатором подключен резистор с сопротивлением $R = 5 \cdot 10^{6}$ Ом. Во время работы телевизора напряжение на конденсаторе $U_0 = 16$ кВ. После выключения телевизора напряжение на конденсаторе убывает до значения U (кВ) за время, определяемое выражением $t = \alpha RC \log_2 \frac{U_0}{U}$ (с), где $\alpha = 0{,}7$ – постоянная. Определите напряжение на конденсаторе, если после выключения телевизора прошла 21 с. Ответ дайте в киловольтах.

$$21 = 0{,}7 \cdot 5 \cdot \underline{\cancel{10^6}} \cdot 2 \cdot \underline{\cancel{10^{-6}}} \cdot \log_2 \frac{16}{u}$$

$$21 = 0{,}7 \cdot 10 \cdot \log_2 \frac{16}{u}$$

$$\overset{3}{\cancel{21}} = \cancel{7} \cdot \log_2 \frac{16}{u} \quad | :7$$

$$3 = \log_2 \frac{16}{u} \qquad 3 = \log_2 8$$

$$\cancel{\log_2} 8 = \cancel{\log_2} \frac{16}{u}$$

$$\frac{16}{u} = \frac{8}{1}$$

$$8u = 16$$

$$\underline{u = 2}$$

К источнику с ЭДС $\varepsilon = 60$ В и внутренним сопротивлением $r = 0{,}8$ Ом, хотят подключить нагрузку с сопротивлением R Ом. Напряжение на этой нагрузке, выражаемое в вольтах, дается формулой $U = \frac{\varepsilon R}{R + r}$. При каком наименьшем значении сопротивления нагрузки напряжение на ней будет не менее 55 В? Ответ выразите в омах.

$$\frac{55}{1} = \frac{60 \cdot R}{R + 0{,}8}$$

$$\overset{12}{\cancel{60}} R = \overset{11}{\cancel{55}} (R + 0{,}8) \;:5$$

$$12R = 11R + 8{,}8$$

$$\underline{R = 8{,}8}$$

Водолазный колокол, содержащий $\nu = 2$ моль воздуха при давлении $p_1 = 1,5$ атмосферы, медленно опускают на дно водоёма. При этом происходит изотермическое сжатие воздуха до конечного давления p_2. Работа, совершаемая водой при сжатии воздуха, определяется выражением $A = \alpha\nu T \log_2 \frac{p_2}{p_1}$, где $\alpha = 5,75$ — постоянная, $T = 300$ К — температура воздуха. Найдите, какое давление p_2 (в атм) будет иметь воздух в колоколе, если при сжатии воздуха была совершена работа в 6900 Дж.

$$6900 = 5{,}75 \cdot 2 \cdot 300 \log_2 \frac{P_2}{1{,}5}$$

$$6900 = 5{,}75 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 100 \log_2 \frac{P_2}{1{,}5}$$

$$\overset{12}{\cancel{6900}} = \cancel{575} \cdot 6 \cdot \log_2 \frac{P_2}{1{,}5} \quad \Big| :575$$

$$\cancel{12} = \cancel{6} \cdot \log_2 \frac{P_2}{1{,}5} \quad \Big| :6$$

$$\log_2 \frac{P_2}{1{,}5} = 2 \qquad 2 = \log_2 4$$

$$\cancel{\log_2} \frac{P_2}{1{,}5} = \cancel{\log_2} 4$$

$$\frac{P_2}{1{,}5} = \frac{4}{1}$$

$$P_2 = 6$$

Задание №10 - движение по прямой

1 **Тип 10 № 26583**

Два велосипедиста одновременно отправились в 240-километровый пробег. Первый ехал со скоростью, на 1 км/ч большей, чем скорость второго, и прибыл к финишу на 1 час раньше второго. Найти скорость велосипедиста, пришедшего к финишу первым. Ответ дайте в км/ч.

Ответ:

Нужно найти скорость первого - пусть его скорость будет Х, тогда второго Х-1 км/ч

	V	t	S
1	x	$\frac{240}{x}$	240
2	$x-1$	$\frac{240}{x-1}$	240

Второй дольше - от его времени отнимаем время первого = разница:

$$\frac{240}{x-1}^{(x} - \frac{240}{x}^{(x-1} = 1$$

!!

$$\frac{240x - 240(x-1)}{(x-1)x} = 1$$

!!

$$\frac{\cancel{240x} - \cancel{240x} + 240}{x^2 - x} = \frac{1}{1}$$

$$x^2 - x = 240$$

$$x^2 - x - 240 = 0$$

$$D = 1 - 4 \cdot (-240) = 1 + 960 = 961$$

$$x = \frac{1+31}{2} = 16$$

$$x = \frac{1-31}{2} < 0 \text{ - не удов}$$

Ответ: 16

2 **Тип 10 № 5955**

Из пункта A в пункт B, расстояние между которыми 50 км, одновременно выехали автомобилист и велосипедист. Известно, что в час автомобилист проезжает на 40 км больше, чем велосипедист. Определите скорость велосипедиста, если известно, что он прибыл в пункт В на 4 часа позже автомобилиста. Ответ дайте в км/ч.

Ответ:

Нужна $V_{\text{велика}}$ – пусть она равна X,
тогда $V_{\text{авто}} = X + 40$

	V	t	S
	$x+40$	$\frac{50}{x+40}$	50
	x	$\frac{50}{x}$	50

Велик дольше - от него отнимаем = разность:

$$\frac{50^{(x+40}}{x} - \frac{50^{(x}}{x+40} = 4$$

$$\frac{\cancel{50x}+2000-\cancel{50x}}{x(x+40)} = \frac{4}{1}$$

$$\frac{2000}{x^2+40x} = \frac{4}{1}$$

$$4(x^2+40x) = 2000 \;|:4$$

$$x^2+40x = 500$$

$$x^2+40x-500=0$$

$$D = 1600 - 4\cdot(-500) = 1600+2000 = 3600$$

$$x = \frac{-40+60}{2} = 10$$

$$x = \frac{-40-60}{2} < 0$$

Ответ: 10

3 **Тип 10 № 526213**

Велосипедист выехал с постоянной скоростью из города A в город B, расстояние между которыми равно 77 км. На следующий день он отправился обратно в A со скоростью на 4 км/ч больше прежней. По дороге он сделал остановку на 4 часа. В результате велосипедист затратил на обратный путь столько же времени, сколько на путь из A в B. Найдите скорость велосипедиста на пути из B в A. Ответ дайте в км/ч.

Ответ:

Пусть на пути из Б в А скорость была Х,
тогда на пути из А в Б была = х-4

	V	t	S
$A \to B$	$x-4$	$\frac{77}{x-4}$	77
$B \to A$	x	$\frac{77}{x}$	77

Из А в Б дольше, значит отнимаем от него:

$$\frac{77^{(x}}{x-4} - \frac{77^{(x-4}}{x} = 4$$

!!

$$\frac{77x - 77(x-4)}{(x-4)x} = \frac{4}{1}$$

$$\frac{\cancel{77x}-\cancel{77x}+77\cdot 4}{x^2-4x} = \frac{4}{1}$$

$$4(x^2-4x) = 77\cdot 4 \quad |:4$$

$$x^2-4x = 77$$

$$x^2-4x-77=0$$

$$D = 16-4\cdot(-77) = 16+308 = 324$$

$$x = \frac{4+18}{2} = 11$$

$$x = \frac{4-18}{2} < 0$$

Ответ: 11

4 **Тип 10 № 39349**

Два велосипедиста одновременно отправились в 224-километровый пробег. Первый ехал со скоростью, на 2 км/ч большей, чем скорость второго, и прибыл к финишу на 2 часа раньше второго. Найти скорость велосипедиста, пришедшего к финишу вторым. Ответ дайте в км/ч.

Ответ:

Пусть скорость второго = х, тогда
скорость первого = х+2

	V	t	S
1	$x+2$	$\frac{224}{x+2}$	224
2	x	$\frac{224}{x}$	224

Второй дольше - от него отнимаем = разница:

$$\frac{224^{(x+2}}{x} - \frac{224^{(x}}{x+2} = 2$$

$$\frac{\cancel{224x}+224\cdot 2-\cancel{224x}}{x(x+2)} = 2$$

$$2x(x+2) = 224\cdot 2 \;|:2$$

$$x^2+2x = 224$$

$$x^2+2x-224=0$$

$$D = 4-4\cdot(-224) = 4+896 = 900$$

$$x = \frac{-2+30}{2} = 14$$

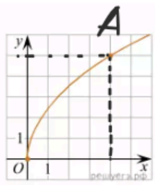
$$x = \frac{-2-30}{2} < 0$$

Ответ: 14

Задание №11 - график корня

1 Тип 11 № 509113

На рисунке изображён график функции $f(x) = k\sqrt{x}$. Найдите $f(6,76)$.



Ответ:

$y = k\sqrt{x}$

$A(4;5) \Rightarrow$

$5 = k\sqrt{4}$

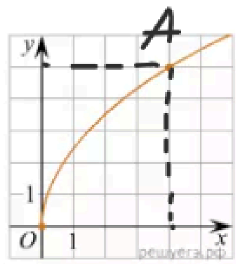
$5 = 2k$

$k = 2,5$

$y = 2,5\sqrt{x} \Rightarrow y(6,76) = 2,5 \cdot \sqrt{6,76} = 2,5 \cdot 2,6 = 6,5$

2 Тип 11 № 509118

На рисунке изображён график функции $f(x) = k\sqrt{x}$. Найдите значение x, при котором $f(x) = 3,5$.



$y = k\sqrt{x}$

$A(4;5) \Rightarrow 5 = k\sqrt{4}$

$5 = 2k$

$k = 2,5$

$y = 2,5\sqrt{x}$

$2,5\sqrt{x} = 3,5 \quad | : 2,5$

$\sqrt{x} = \frac{3,5}{2,5} = \frac{35}{25} = \frac{7}{5}$

$(\sqrt{x})^2 = \left(\frac{7}{5}\right)^2$

$x = \frac{49 \cdot 4}{25 \cdot 4} = \frac{196}{100} = 1,96$

Задание №12 - степенное

1 **Тип 12 № 77451**

Найдите точку минимума функции $y = x^{\frac{3}{2}} - 3x + 1$.

Ответ:

$$y' = \frac{3}{2}x^{\frac{3}{2}-1} - 3 = \frac{3}{2}x^{\frac{1}{2}} - 3 = \frac{3}{2}\sqrt{x} - 3$$

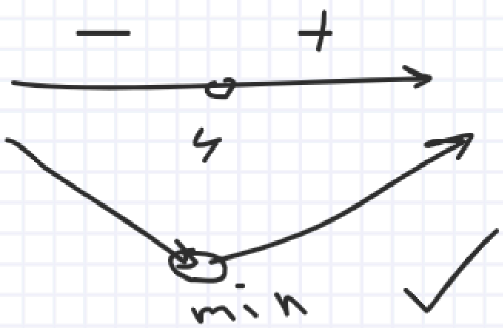
$$\frac{3}{2}\sqrt{x} - 3 = 0$$

$$\frac{3}{2}\sqrt{x} = 3 \quad \Big| : \frac{3}{2}$$

$$\sqrt{x} = \frac{\cancel{3} \cdot 2}{\cancel{3}}$$

$$\sqrt{x} = 2$$

$$x = 4$$



2 **Тип 12 № 77452**

Найдите наименьшее значение функции $y = x^{\frac{3}{2}} - 3x + 1$ на отрезке $[1;9]$.

Ответ:

$$y' = \frac{3}{2} \cdot x^{\frac{3}{2}-1} - 3 = \frac{3}{2} \cdot x^{\frac{1}{2}} - 3 = \frac{3}{2}\sqrt{x} - 3$$

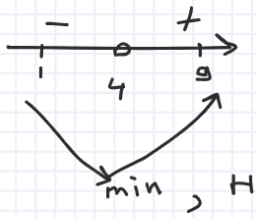
$$\frac{3}{2}\sqrt{x} - 3 = 0$$

$$\frac{3}{2}\sqrt{x} = 3 \quad \Big| : \frac{3}{2}$$

$$\sqrt{x} = \frac{\cancel{3} \cdot 2}{\cancel{3}}$$

$$\sqrt{x} = 2$$

$$x = 4$$



, но!

Теперь подставляем, чтобы найти значение

$$y(4) = 4^{\frac{3}{2}} - 3 \cdot 4 + 1 = (2^{\cancel{2}})^{\frac{3}{\cancel{2}}} - 12 + 1 = 8 - 11 = -3$$

3 **Тип 12 № 77453**

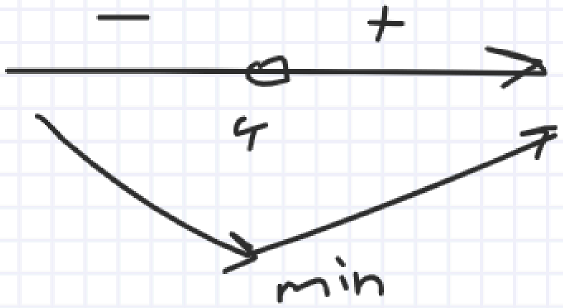
Найдите точку минимума функции $y = \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} - 2x + 1$.

$$y' = \cancel{\frac{2}{3}} \cdot \cancel{\frac{3}{2}} \cdot x^{\frac{3}{2}-1} - 2 = x^{\frac{1}{2}} - 2 = \sqrt{x} - 2$$

$\sqrt{x} - 2 = 0$

$\sqrt{x} = 2$

$x = 4$



4 ✓

4 **Тип 12 № 77454**

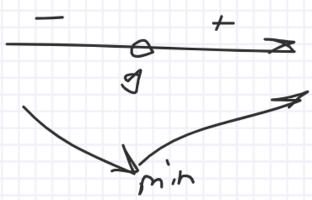
Найдите наименьшее значение функции $y = \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} - 3x + 1$ на отрезке $[1;9]$.

$$y' = \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2} x^{\frac{3}{2}-1} - 3 = x^{\frac{1}{2}} - 3 = \sqrt{x} - 3$$

$\sqrt{x} - 3 = 0$

$\sqrt{x} = 3$

$x = 9$



НО!

Теперь подставляем, чтобы найти значение

$$y(9) = \frac{2}{3} \cdot 9^{\frac{3}{2}} - 3 \cdot 9 + 1 = \frac{2}{3} \cdot (3^2)^{\frac{3}{2}} - 27 + 1 =$$

$$= \frac{2}{\cancel{3}} \cdot \cancel{27}^{\,9} - 26 = 18 - 26 = -8$$

Задание №13

№43

$2\cos\left(x-\frac{\pi}{3}\right)+2\sin\left(\frac{3\pi}{2}-x\right)=0$

$2\sin\left(\frac{3\pi}{2}-x\right)=-2\cos x$

$2\cos\left(x-\frac{\pi}{3}\right)=2\left(\cos x\cos\frac{\pi}{3}+\sin x\sin\frac{\pi}{3}\right)$

$=2\left(\cos x\cdot\frac{1}{2}+\sin x\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

$=\cos x+\sqrt{3}\sin x$

$\cos x+\sqrt{3}\sin x-2\cos x=0$

$\sqrt{3}\sin x-\cos x=0 \quad | : \cos x$

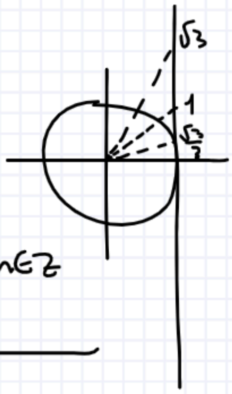
$\sqrt{3}\,\mathrm{tg}\,x-1=0$

$\sqrt{3}\,\mathrm{tg}\,x=1$

$\mathrm{tg}\,x=\frac{1}{\sqrt{3}}$

$\mathrm{tg}\,x=\frac{\sqrt{3}}{3}$

$x=\frac{\pi}{6}+\pi n, n\in Z$



а) Решите уравнение: $2\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)+\cos 2x=\sqrt{3}\cos x+1$.

б) Определите, какие из его корней принадлежат отрезку $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$.

$\sin(\alpha\pm\beta)=$

$=\sin\alpha\cos\beta\pm\cos\alpha\sin\beta$

а) $2\left(\sin x\cdot\cos\frac{\pi}{3}+\cos x\cdot\sin\frac{\pi}{3}\right)+\cos 2x=\sqrt{3}\cos x+1$

$2\left(\frac{1}{2}\sin x+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos x\right)+\cos 2x=\sqrt{3}\cos x+1$

$\sin x+\cancel{\sqrt{3}\cos x}+\cos^2 x-\sin^2 x-\cancel{\sqrt{3}\cos x}-1=0$

$\sin x+\cos^2 x-\sin^2 x-1=0$

$\sin x+(1-\sin^2 x)-\sin^2 x-1=0$

$\sin x+\cancel{1}-2\sin^2 x-\cancel{1}=0$

$-2\sin^2 x+\sin x=0 \quad | \cdot(-1)$

$2\sin^2 x-\sin x=0$

$\sin x(2\sin x-1)=0$

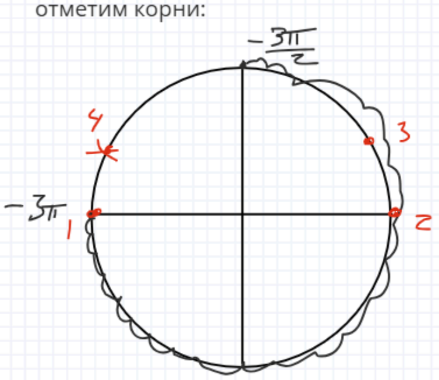
$\sin x=0$ или $\sin x=\frac{1}{2}$

$x=\pi n, n\in Z$

$x=\frac{\pi}{6}+2\pi n, n\in Z$

$x=\frac{5\pi}{6}+2\pi n, n\in Z$

б) Рассмотрим промежуток на единичной окружности и отметим корни:



1) -3π

2) $-3\pi+\pi=-2\pi$

3) $-2\pi+\frac{\pi}{6}=\frac{-11\pi}{6}$

4) Заметим, что серия корней

$x=\frac{5\pi}{6}+2\pi n,\ n\in Z\ \notin\left[-3\pi;-\frac{3\pi}{2}\right]$

Ответ: а) $x=\pi n, n\in Z$; $x=\frac{\pi}{6}+2\pi n, n\in Z$; $x=\frac{5\pi}{6}+2\pi n, n\in Z$

б) -3π; -2π; $\frac{-11\pi}{6}$.

Задание №15

ОДЗ логарифмов:

$\log_a b:\ \begin{cases} b>0 \\ a>0 \\ a\neq 1\end{cases}$

№15

$5^{\log_5(9-x^2)}+x^4-29\geq 0$

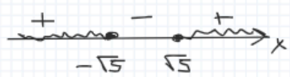
$a^{\log_b c}=c^{\log_b a}$

$\begin{cases}(9-x^2)^{\log_5 5}+x^4-29\geq 0 & (1)\\ 9-x^2>0 & (2)\end{cases}$

(1): $9-x^2+x^4-29\geq 0$

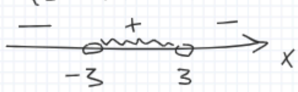
$x^4-x^2-20\geq 0$

$(x^2-5)(x^2+4)\geq 0 \quad | : x^2+4$, т.к $x^2+4>0$ при $x\in R$

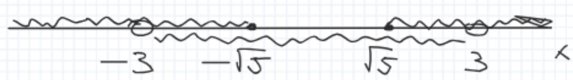


(2): $9-x^2>0$

$(3-x)(3+x)>0$



Найдем пересечение на оси x:



Ответ: $(-3;-\sqrt{5}]\cup[\sqrt{5};3)$

Задачи №15. Решения

№15.1 (Дальний восток)

Решите неравенство

$$3^{\log_3(4+x^2)} + x^4 - 10 \geqslant 0.$$

Ответ: $(-\infty; -\sqrt{2}] \cup [\sqrt{2}; +\infty)$.

Решение. Запишем ОДЗ:

$$4 + x^2 > 0 \quad \Leftrightarrow \quad x \in \mathbb{R}$$

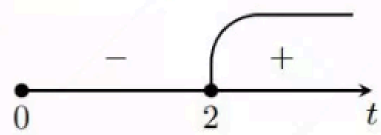
Преобразуем неравенство, используя свойство логарифма $a^{\log_a b} = b$:

$$4 + x^2 + x^4 - 10 \geqslant 0$$
$$x^4 + x^2 - 6 \geqslant 0$$

Сделаем замену $x^2 = t$, $t \geqslant 0$:

$$t^2 + t - 6 \geqslant 0$$
$$(t+3)(t-2) \geqslant 0$$

Решим полученное неравенство методом интервалов с учетом того, что $t \geqslant 0$:



Получили $t \in [2; +\infty)$.
Сделаем обратную замену:

$$x^2 \geqslant 2$$
$$x \in \left(-\infty; -\sqrt{2}\right] \cup \left[\sqrt{2}; +\infty\right)$$

Задание №16

16 15 января 2027 года планируется взять кредит в банке на 5 лет. Условия его возврата таковы:

- 1 января каждого года долг увеличивается на 12% по сравнению с концом предыдущего года;
- со 2 по 14 января каждого года необходимо внести один платёж;
- 15 января 2028, 2029, 30 2031 и 2032 годов долг должен уменьшаться на одну и ту же сумму по сравнению с долгом на 15 января предыдущего года;
- 15 января 2030 года, то есть после третьего платежа, долг должен стать на 50% меньше, чем 15 января 2029 года;
- к 15 января 2032 года кредит должен быть полностью погашен.

Известно, что общая сумма всех выплат составила 4,08 млн рублей.
Найдите первоначальную сумму кредита.

$r = 12\%$

	Долг	
27	S	на x
28	$S-x$	на x
29	$S-2x$	на $\left(\frac{1}{2}S-x\right)$
30	$\frac{1}{2}\cdot(S-2x)=\frac{1}{2}S-x$	на x
31	$\frac{1}{2}S-2x$	на x
32	$\frac{1}{2}S-3x=0$	

Выплаты:

28	$0{,}12\cdot S+x$
29	$0{,}12\cdot(S-x)+x$
30	$0{,}12\cdot(S-2x)+\frac{1}{2}S-x$
31	$0{,}12\cdot\left(\frac{1}{2}S-x\right)+x$
32	$0{,}12\cdot\left(\frac{1}{2}S-2x\right)+x$

$$B = 0{,}12\cdot\left(S+S-x+S-2x+\frac{1}{2}S-x+\frac{1}{2}S-2x\right)+4x+\frac{1}{2}S-x=$$

$$=0{,}12\cdot(4S-6x)+3x+\frac{1}{2}S=$$

$$=0{,}48\cdot S-0{,}72x+3x+0{,}5S=0{,}98\cdot S+2{,}28x$$

$$\begin{cases}0{,}98\cdot S+2{,}28x=4{,}08 & |\cdot 100\\ \frac{1}{2}S-3x=0 & |\cdot 2\end{cases}$$

$$\begin{cases}98\cdot S+228\cdot x=408\\ S=6x\end{cases}$$

$$98\cdot 6x+228\cdot x=408$$

$$816\cdot x=408$$

$$x=\frac{408}{816}=\frac{1}{2}\text{ млн.}$$

$$S=6x=6\cdot\frac{1}{2}=3\text{ млн.}$$

Задачи №16. Решения

№16.1 (Дальний восток)

В июле 2028 года планируется взять кредит в банке на 40 млн рублей на 4 года. Условия его возврата таковы:
– каждый январь долг увеличивается на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего года;
– с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
– в июле 2029, 2030 и 2031 годов долг должен быть на 25% меньше долга на июль предыдущего года;
– в июле 2032 года долг должен быть полностью погашен

Известно, что общая сумма выплат по кредиту составила 61,875 млн. рублей. Найдите r.

Ответ: .

Решение.

$X \downarrow$ на 25%

$X \cdot 0{,}75$

$\frac{3}{4} - \frac{9}{16} = \frac{3}{16}$

$\frac{9}{16} - \frac{27}{64} = \frac{9}{64}$

КАК ДОЛЖЕН МЕНЯТЬСЯ ДОЛГ:

28) S на $\frac{1}{4} \cdot S$

29) $0{,}75 \cdot S = \frac{3}{4} \cdot S$ на $\frac{3}{16} \cdot S$

30) $0{,}75 \cdot S \cdot 0{,}75 = 0{,}75^2 \cdot S = \left(\frac{3}{4}\right)^2 \cdot S = \frac{9}{16} \cdot S$ на $\frac{9}{64} S$

31) $0{,}75 \cdot 0{,}75^2 \cdot S = 0{,}75^3 \cdot S = \frac{27}{64} \cdot S$ на $\frac{27}{64} S$

32) 0

ВЫПЛАТЫ:

29) $\frac{r}{100} \cdot S + \frac{1}{4} S$

30) $\frac{r}{100} \cdot \frac{3}{4} S + \frac{3}{16} S$

31) $\frac{r}{100} \cdot \frac{9}{16} S + \frac{9}{64} S$

32) $\frac{r}{100} \cdot \frac{27}{64} S + \frac{27}{64} S$

$B = \frac{r}{100} \cdot S \cdot \left(1 + \frac{3}{4} + \frac{9}{16} + \frac{27}{64}\right) + \frac{1}{4} S + \frac{3}{16} S + \frac{9}{64} S + \frac{27}{64} S$

Репетитор

Задание №18

18 Найдите все значения a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} x^4 - (y+a)^4 - 0{,}5a^2x^2 + 0{,}5a^2(y+a)^2 = 0, \\ y = ax \end{cases}$$

имеет ровно четыре различных решения.

① $x^4 - \frac{a^2x^2}{2} = x^4 - 2 \cdot \frac{a^2}{4} x^2 + \frac{a^4}{16} - \frac{a^4}{16} = \left(x^2 - \frac{a^2}{4}\right)^2 - \frac{a^4}{16}$

② $-(y+a)^4 + \frac{a^2(y+a)^2}{2} = -\left((y+a)^4 - \frac{a^2(y+a)^2}{2}\right) = -\left((y+a)^4 - 2 \cdot \frac{a^2}{4} \cdot (y+a)^2 + \frac{a^4}{16} - \frac{a^4}{16}\right) =$

$= -\left(\left((y+a)^2 - \frac{a^2}{4}\right)^2 - \frac{a^4}{16}\right) = -\left((y+a)^2 - \frac{a^2}{4}\right)^2 + \frac{a^4}{16}$

получаем:

$\left(x^2 - \frac{a^2}{4}\right)^2 - \frac{a^4}{16} - \left((y+a)^2 - \frac{a^2}{4}\right)^2 + \frac{a^4}{16} = 0$

$\left(x^2 - \frac{a^2}{4}\right)^2 - \left((y+a)^2 - \frac{a^2}{4}\right)^2 = 0$

$\left(x^2 - \frac{a^2}{4} - (y+a)^2 + \frac{a^2}{4}\right)\left(x^2 - \frac{a^2}{4} + (y+a)^2 - \frac{a^2}{4}\right) = 0$

$\left(x^2 - (y+a)^2\right) \cdot \left(x^2 + (y+a)^2 - \frac{a^2}{2}\right) = 0$

$\left[\begin{array}{l} x^2 - (y+a)^2 = 0 \\ x^2 + (y+a)^2 - \frac{a^2}{2} = 0 \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} x = y + a \\ x = -y - a \\ x^2 + (y+a)^2 = \frac{a^2}{2} \end{array}\right.$

две прямые и окружность

Найдите значение параметра a при каждом из которых уравнение

$$(x+1)a^2 + x(x+1)^2a + x^4 + 2x^3 - 2x - 1 = 0$$

имеет ровно 2 решения.

$$(x+1)\left(a^2 + x(x+1)a\right) + x^4 - 1 - 2x\left(x^2+1\right) = 0$$

$$(x+1)\left(a^2 + x(x+1)a\right) + \left(x^2-1\right)\left(x^2+1\right) - 2x\left(x^2+1\right) = 0$$

$$(x+1)\left(a^2 + x(x+1)a\right) + \left(x^2+1\right)\left(\left(x^2-1\right) - 2x\right) = 0$$

$$(x+1)\left(a^2 + x(x+1)a\right) + \left(x^2+1\right)\left(x^2 - 2x - 1\right) = 0$$

Найдите значение параметра a при каждом из которых уравнение

$$(x+1)a^2 + x(x+1)^2a + x^4 + 2x^3 - 2x - 1 = 0$$

имеет ровно 2 решения.

$$\left(x^4 + 2x^3 - 2x - 1\right)$$

$$x^4 - 1 + 2x\left(x^2-1\right)$$

$$\left(x^2-1\right)\left(x^2+1\right) + 2x\left(x^2-1\right) =$$

$$= \left(x^2-1\right)\cdot\left(x^2+1+2x\right) =$$

$$= \left(x^2-1\right)\cdot(x+1)^2 = (x-1)(x+1)(x+1)^2 = (x-1)\cdot(x+1)^3$$

$$(x+1)\cdot a^2 + x\cdot(x+1)^2\cdot a + (x-1)\cdot(x+1)^3 = 0$$

$$\boxed{(x+1)\cdot\left(a^2 + \underbrace{x\cdot(x+1)}_{x^2+x}\cdot a + (x-1)\cdot(x+1)^2\right) = 0}$$

два реш.

$$D = x^2(x+1)^2 - 4(x-1)(x+1)^2 =$$

$$= (x+1)^2\left(x^2 - 4x + 4\right) = (x+1)^2\cdot(x-2)^2 =$$

$$= \left((x+1)(x-2)\right)^2$$

$$\sqrt{D} = (x+1)(x-2) = x^2 - x - 2$$

$$a_1 = \frac{-x^2 \cancel{-x} - x^2 \cancel{+x} + 2}{2} = \frac{-2x^2+2}{2} = -x^2+1$$

$$a_2 = \frac{-x^2 - x + x^2 - x - 2}{2} = \frac{-2x-2}{2} = -x-1$$

$$\left[\begin{array}{l} x+1=0 \Rightarrow x=-1 \\ a = 1 - x^2 \\ a = -x-1 \end{array}\right.$$

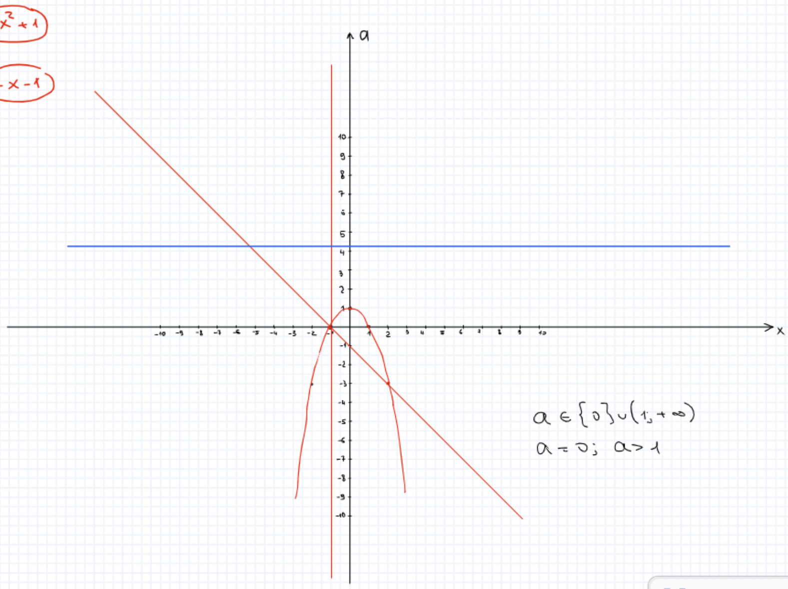
найдем пересечение:

$$\left[\begin{array}{l} a = 1 - x^2 \\ a = -x-1 \end{array}\right. \Rightarrow \quad -x-1 = 1-x^2$$

$$x^2 - x - 2 = 0$$

$$x = -1 \qquad x = 2$$

$$a = 0 \qquad a = -3$$



$a \in \{0\} \cup (1; +\infty)$

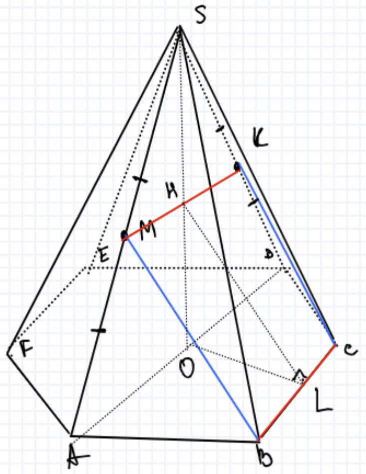
$a = 0; \ a > 1$

Задание №14

№14 Дана правильная шестиугольная пирамида (SABCDEF). На рёбрах (AS) и (DS) отмечены их середины (M) и (K) соответственно.

а) Докажите, что прямые (BM) и (CK) лежат в одной плоскости.

б) Найдите высоту пирамиды, если угол между этой плоскостью и плоскостью основания пирамиды равен (60°), а (AB = 6).



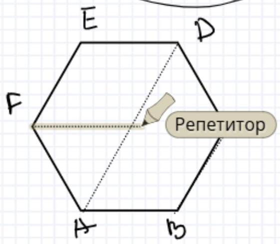
а) $\triangle SAD$:

M, K - ср AS и SD =>

=> MK - ср. лин $\triangle SAD$

тогда $MK = \frac{1}{2}AD$, $MK \parallel AD$

т.к ABCDEF-прав => $AD \parallel BC$ } =>



=> $MK \parallel BC$ => M, K, B, C лежат в одной плоскости =>

=> BM и CK лежат в одной плоскости, чтд

SO-?

плоскости, чтд

SO-?

б) $\angle((BCKM);(ABCDEF)) = 60°$

$AB = 6$

$AD = 2R \Rightarrow MK = R$
$BC = R$ } => $MK = BC$

$MK \cap SO = H$

HO - высота
Дп OL, $OL \perp BC$ } => HL - наклонная, OL - проекция } => $HL \perp BC$ по т.т.п

тогда $\angle(\text{между плоскостями}) = \angle HLO = 60°$

$AB = 6 = R$

$OL = r = \frac{\sqrt{3}}{2}R = 3\sqrt{3}$

$tg\angle HLO = \frac{HO}{OL}$

$HO = tg\angle HLO \cdot OL = 3\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 9$

т.к H - лежит на MK (ср лин), то $HO = \frac{1}{2}SO \Rightarrow SO = 9 \cdot 2 = 18$

Задание №19

Задание №17