

БЛОК СТЕПЕНЕЙ

Определение: частные случаи

Степенью числа a с натуральным показателем n называют произведение n множителей, каждый из которых равен a .

Основи́е и степенная — смежные числа: $a^0 = 1$, $a^1 = a$

Степень с отрицательным показателем — обратная величина степени с положительным показателем.

Частный показатель

Степень с отрицательным показателем можно представить в виде степени с положительным показателем:

$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

Корень в виде степени

Равная (корень) можно представить в виде степени с дробным показателем:

$\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$

Ориентированный показатель

Если m — натуральное число и $n > 0$, то $a^{\frac{m}{n}}$ — это:

$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$

N1) Произведение степеней

При умножении степеней с одинаковыми основаниями основание остается без изменений, а показатели степеней складываются:

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

N2) Частное степеней

При делении степеней с одинаковыми основаниями основание остается без изменений, а показатели степеней вычитают (показатель степени делится):

$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

N3) Степени в степени

При возведении степени в степень, основание степени остается без изменений, а показатели степеней перемножаются:

$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$

N4) Степень произведения

При возведении в степень произведения каждый из множителей возводится в степень. Затем полученные результаты перемножаются:

$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$

N5) Степень частного

Чтобы возвести в степень частное, можно возвести эту степень отдельно делителя и делителя, а первый результат разделить на второй:

$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА СТЕПЕНЕЙ

1) $a^0 = 1$ 2) $a^1 = a$ 3) $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ 4) $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ 5) $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$ 6) $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$ 7) $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ 8) $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ 9) $(a^m)^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$

Примеры

1) $2^3 \cdot 2^4 = 2^7$ 2) $\frac{3^5}{3^2} = 3^3$ 3) $(2^3)^4 = 2^{12}$ 4) $(3 \cdot 4)^2 = 3^2 \cdot 4^2$ 5) $\left(\frac{5}{7}\right)^3 = \frac{5^3}{7^3}$ 6) $5^{-2} = \frac{1}{5^2}$ 7) $2^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{2}$ 8) $4^{\frac{1}{2}} = \sqrt{4}$ 9) $(16)^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{16}$

Площади полной и боковой поверхности пирамиды

Площадь боковой поверхности пирамиды равна сумме площадей ее боковых граней:

$S_{бок} = \frac{1}{2} \cdot P_{осн} \cdot H$

Площадь полной поверхности пирамиды равна сумме площадей ее боковой поверхности и площади основания:

$S_{полн} = S_{бок} + S_{осн}$

Параллелепипед

Параллелепипед — это многогранник, две грани которого являются равными параллелограммами, лежащими на параллельных плоскостях, а остальные грани — параллелограммы, имеющими общие стороны с этими параллелограммами.

Если боковые ребра параллелепипеда перпендикулярны плоскости основания, то такой параллелепипед называется прямой. Если боковые ребра прямой параллелепипеда перпендикулярны его основанию, то такой параллелепипед называется кубом.

Площади боковой и полной поверхности параллелепипеда

Площадь боковой поверхности параллелепипеда равна произведению периметра основания на высоту:

$S_{бок} = P_{осн} \cdot H$

Площадь полной поверхности параллелепипеда равна сумме площадей боковой поверхности и площадей оснований:

$S_{полн} = S_{бок} + 2S_{осн}$

Куб

Куб — это параллелепипед, у которого все шесть граней — равные квадраты.

Площадь боковой поверхности куба и объем куба вычисляются по формулам:

$S_{бок} = 4a^2$ 2) $V = a^3$

Задачи с использованием подобия

Для подобных пространственных тел, имеющих общий вершину, вершины отстоят от основания подобия так же, как коэффициент подобия:

$\frac{H_1}{H_2} = k$ 2) $\frac{V_1}{V_2} = k^3$

3. Длина вектора

Длина вектора \vec{AB} вычисляется по следующей формуле:

$|\vec{AB}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$

4. Сложение векторов графически

Правило параллелограмма

Правило треугольника

5. Вычитание векторов графически

Правило параллелограмма

Правило треугольника

6. Скалярное произведение векторов

Известны координаты

Известны углы

7. Координаты вектора

Координаты вектора \vec{AB} вычисляются по формулам:

$\vec{AB} = (x_2 - x_1; y_2 - y_1; z_2 - z_1)$

8. Сложение и вычитание векторов координатами

Чтобы сложить или вычитать векторы \vec{A} и \vec{B} , нужно сложить или вычитать их координаты:

$\vec{A} + \vec{B} = (x_1 + x_2; y_1 + y_2; z_1 + z_2)$

$\vec{A} - \vec{B} = (x_1 - x_2; y_1 - y_2; z_1 - z_2)$

9. Длина вектора

Длина вектора \vec{AB} вычисляется по следующей формуле:

$|\vec{AB}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$

10. Скалярное произведение векторов

Известны координаты

Известны углы

11. Проекция вектора на ось

Проекция вектора \vec{a} на ось OX вычисляется по формуле:

$a_x = |\vec{a}| \cdot \cos(\alpha)$

12. Проекция вектора на плоскость

Проекция вектора \vec{a} на плоскость ABC вычисляется по формуле:

$\vec{a}_{пл} = \vec{a} - \frac{(\vec{a}, \vec{n})}{|\vec{n}|^2} \vec{n}$

13. Проекция вектора на прямую

Проекция вектора \vec{a} на прямую AB вычисляется по формуле:

$\vec{a}_{пр} = \frac{(\vec{a}, \vec{AB})}{|\vec{AB}|^2} \vec{AB}$

14. Проекция вектора на вектор

Проекция вектора \vec{a} на вектор \vec{b} вычисляется по формуле:

$\vec{a}_{\vec{b}} = \frac{(\vec{a}, \vec{b})}{|\vec{b}|^2} \vec{b}$

15. Проекция вектора на вектор

Проекция вектора \vec{a} на вектор \vec{b} вычисляется по формуле:

$a_{\vec{b}} = \frac{(\vec{a}, \vec{b})}{|\vec{b}|}$

16. Проекция вектора на вектор

Проекция вектора \vec{a} на вектор \vec{b} вычисляется по формуле:

$a_{\vec{b}} = \frac{(\vec{a}, \vec{b})}{|\vec{b}|}$

17. Проекция вектора на вектор

Проекция вектора \vec{a} на вектор \vec{b} вычисляется по формуле:

$a_{\vec{b}} = \frac{(\vec{a}, \vec{b})}{|\vec{b}|}$

18. Проекция вектора на вектор

Проекция вектора \vec{a} на вектор \vec{b} вычисляется по формуле:

$a_{\vec{b}} = \frac{(\vec{a}, \vec{b})}{|\vec{b}|}$

19. Проекция вектора на вектор

Проекция вектора \vec{a} на вектор \vec{b} вычисляется по формуле:

$a_{\vec{b}} = \frac{(\vec{a}, \vec{b})}{|\vec{b}|}$

20. Проекция вектора на вектор

Проекция вектора \vec{a} на вектор \vec{b} вычисляется по формуле:

$a_{\vec{b}} = \frac{(\vec{a}, \vec{b})}{|\vec{b}|}$

21. Проекция вектора на вектор

Проекция вектора \vec{a} на вектор \vec{b} вычисляется по формуле:

$a_{\vec{b}} = \frac{(\vec{a}, \vec{b})}{|\vec{b}|}$

22. Проекция вектора на вектор

Проекция вектора \vec{a} на вектор \vec{b} вычисляется по формуле:

$a_{\vec{b}} = \frac{(\vec{a}, \vec{b})}{|\vec{b}|}$

23. Проекция вектора на вектор

Проекция вектора \vec{a} на вектор \vec{b} вычисляется по формуле:

$a_{\vec{b}} = \frac{(\vec{a}, \vec{b})}{|\vec{b}|}$

24. Проекция вектора на вектор

Проекция вектора \vec{a} на вектор \vec{b} вычисляется по формуле:

$a_{\vec{b}} = \frac{(\vec{a}, \vec{b})}{|\vec{b}|}$

25. Проекция вектора на вектор

Проекция вектора \vec{a} на вектор \vec{b} вычисляется по формуле:

$a_{\vec{b}} = \frac{(\vec{a}, \vec{b})}{|\vec{b}|}$

26. Проекция вектора на вектор

Проекция вектора \vec{a} на вектор \vec{b} вычисляется по формуле:

$a_{\vec{b}} = \frac{(\vec{a}, \vec{b})}{|\vec{b}|}$

27. Проекция вектора на вектор

Проекция вектора \vec{a} на вектор \vec{b} вычисляется по формуле:

$a_{\vec{b}} = \frac{(\vec{a}, \vec{b})}{|\vec{b}|}$

28. Проекция вектора на вектор

Проекция вектора \vec{a} на вектор \vec{b} вычисляется по формуле:

$a_{\vec{b}} = \frac{(\vec{a}, \vec{b})}{|\vec{b}|}$

29. Проекция вектора на вектор

Проекция вектора \vec{a} на вектор \vec{b} вычисляется по формуле:

$a_{\vec{b}} = \frac{(\vec{a}, \vec{b})}{|\vec{b}|}$

30. Проекция вектора на вектор

Проекция вектора \vec{a} на вектор \vec{b} вычисляется по формуле:

$a_{\vec{b}} = \frac{(\vec{a}, \vec{b})}{|\vec{b}|}$

31. Проекция вектора на вектор

Проекция вектора \vec{a} на вектор \vec{b} вычисляется по формуле:

$a_{\vec{b}} = \frac{(\vec{a}, \vec{b})}{|\vec{b}|}$

32. Проекция вектора на вектор

Проекция вектора \vec{a} на вектор \vec{b} вычисляется по формуле:

$a_{\vec{b}} = \frac{(\vec{a}, \vec{b})}{|\vec{b}|}$

33. Проекция вектора на вектор

Проекция вектора \vec{a} на вектор \vec{b} вычисляется по формуле:

$a_{\vec{b}} = \frac{(\vec{a}, \vec{b})}{|\vec{b}|}$

34. Проекция вектора на вектор

Проекция вектора \vec{a} на вектор \vec{b} вычисляется по формуле:

$a_{\vec{b}} = \frac{(\vec{a}, \vec{b})}{|\vec{b}|}$

35. Проекция вектора на вектор

Проекция вектора \vec{a} на вектор \vec{b} вычисляется по формуле:

$a_{\vec{b}} = \frac{(\vec{a}, \vec{b})}{|\vec{b}|}$

36. Проекция вектора на вектор

Проекция вектора \vec{a} на вектор \vec{b} вычисляется по формуле:

$a_{\vec{b}} = \frac{(\vec{a}, \vec{b})}{|\vec{b}|}$

37. Проекция вектора на вектор

Проекция вектора \vec{a} на вектор \vec{b} вычисляется по формуле:

$a_{\vec{b}} = \frac{(\vec{a}, \vec{b})}{|\vec{b}|}$

БЛОК ЛОГАРИФМОВ

Определение:

Логарифмом по основанию a от положительного числа b называется показатель степени x , к которому a возведен дает b . Обозначается $\log_a b = x$, где $a > 0, a \neq 1, b > 0$.

Логарифмическое тождество:

$\log_a a^x = x$ 2) $a^{\log_a x} = x$

Мастной случай

Логарифм единицы по любому положительному основанию, отличное от 1, основанию равен нулю:

$\log_a 1 = 0$

Основной логарифмический тождество

$\log_a a^x = x$ 2) $a^{\log_a x} = x$

Десятичный логарифм

Десятичные логарифмы числа называют логарифмы этого числа по основанию 10 (или $\lg b$) вместо $\log_a b$.

Натуральный логарифм

Натуральные логарифмы числа называют логарифмы этого числа по основанию e , где e — естественное число, примерно равное 2.7. При этом пишут $\ln b$ вместо $\log_e b$.

N1) Формулы для основания и аргумента логарифма

1. Формула: $\log_a a^x = x$ 2. Формула: $a^{\log_a x} = x$ 3. Формула: $\log_a a = 1$ 4. Формула: $\log_a 1 = 0$

N2) Логарифмирование

Логарифмирование равно сумме логарифмов по тому же основанию от каждого множителя при $a, c > 0, a \neq 1$:

$\log_a (bc) = \log_a b + \log_a c$

ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА ЛОГАРИФМОВ

1) $\log_a a^x = x$ 2) $a^{\log_a x} = x$ 3) $\log_a a = 1$ 4) $\log_a 1 = 0$ 5) $\log_a (bc) = \log_a b + \log_a c$ 6) $\log_a \left(\frac{b}{c}\right) = \log_a b - \log_a c$ 7) $\log_a b^x = x \log_a b$ 8) $\log_a \sqrt[n]{b} = \frac{1}{n} \log_a b$ 9) $\log_a a^x = x$ 10) $a^{\log_a x} = x$ 11) $\log_a a = 1$ 12) $\log_a 1 = 0$ 13) $\log_a (bc) = \log_a b + \log_a c$ 14) $\log_a \left(\frac{b}{c}\right) = \log_a b - \log_a c$ 15) $\log_a b^x = x \log_a b$ 16) $\log_a \sqrt[n]{b} = \frac{1}{n} \log_a b$

Решение уравнения вида $\log_a(x) = b$

$\log_a(x) = b \iff x = a^b$

Решение уравнения вида $\log_a(x) = \log_a(b)$

$\log_a(x) = \log_a(b) \iff x = b$

Решение уравнения вида $\log_a(x) = a$

$\log_a(x) = a \iff x = a^a$

Решение уравнения вида $\log_a(x) = \log_a(b) + \log_a(c)$

$\log_a(x) = \log_a(bc) \iff x = bc$

Решение уравнения вида $\log_a(x) = \log_a(b) - \log_a(c)$

$\log_a(x) = \log_a\left(\frac{b}{c}\right) \iff x = \frac{b}{c}$

Решение уравнения вида $\log_a(x) = k \log_a(b)$

$\log_a(x) = \log_a(b^k) \iff x = b^k$

Решение уравнения вида $\log_a(x) = \log_a(b) + k$

$\log_a(x) = \log_a(ab^k) \iff x = ab^k$

Решение уравнения вида $\log_a(x) = \log_a(b) - k$

$\log_a(x) = \log_a\left(\frac{b}{a^k}\right) \iff x = \frac{b}{a^k}$

Решение уравнения вида $\log_a(x) = \log_a(b) + \log_a(c) + \log_a(d)$

$\log_a(x) = \log_a(bcd) \iff x = bcd$

Решение уравнения вида $\log_a(x) = \log_a(b) - \log_a(c) + \log_a(d)$

$\log_a(x) = \log_a\left(\frac{bd}{c}\right) \iff x = \frac{bd}{c}$

Решение уравнения вида $\log_a(x) = \log_a(b) + \log_a(c) - \log_a(d)$

$\log_a(x) = \log_a\left(\frac{bc}{d}\right) \iff x = \frac{bc}{d}$

Решение уравнения вида $\log_a(x) = \log_a(b) - \log_a(c) - \log_a(d)$

$\log_a(x) = \log_a\left(\frac{b}{cd}\right) \iff x = \frac{b}{cd}$

Решение уравнения вида $\log_a(x) = \log_a(b) + \log_a(c) + \log_a(d) + \log_a(e)$

$\log_a(x) = \log_a(bcde) \iff x = bcde$

Решение уравнения вида $\log_a(x) = \log_a(b) - \log_a(c) + \log_a(d) + \log_a(e)$

$\log_a(x) = \log_a\left(\frac{bde}{c}\right) \iff x = \frac{bde}{c}$

Решение уравнения вида $\log_a(x) = \log_a(b) + \log_a(c) - \log_a(d) + \log_a(e)$

$\log_a(x) = \log_a\left(\frac{bce}{d}\right) \iff x = \frac{bce}{d}$

Решение уравнения вида $\log_a(x) = \log_a(b) - \log_a(c) - \log_a(d) + \log_a(e)$

$\log_a(x) = \log_a\left(\frac{be}{cd}\right) \iff x = \frac{be}{cd}$

Решение уравнения вида $\log_a(x) = \log_a(b) + \log_a(c) + \log_a(d) - \log_a(e)$

$\log_a(x) = \log_a\left(\frac{bcde}{e}\right) \iff x = bcde$

Решение уравнения вида $\log_a(x) = \log_a(b) - \log_a(c) + \log_a(d) - \log_a(e)$

$\log_a(x) = \log_a\left(\frac{bd}{ce}\right) \iff x = \frac{bd}{ce}$

Решение уравнения вида $\log_a(x) = \log_a(b) + \log_a(c) - \log_a(d) - \log_a(e)$

$\log_a(x) = \log_a\left(\frac{bc}{de}\right) \iff x = \frac{bc}{de}$

Решение уравнения вида $\log_a(x) = \log_a(b) - \log_a(c) - \log_a(d) - \log_a(e)$

$\log_a(x) = \log_a\left(\frac{b}{cde}\right) \iff x = \frac{b}{cde}$

Решение уравнения вида $\log_a(x) = \log_a(b) + \log_a(c) + \log_a(d) + \log_a(e) + \log_a(f)$

$\log_a(x) = \log_a(bcdef) \iff x = bcdef$

Решение уравнения вида $\log_a(x) = \log_a(b) - \log_a(c) + \log_a(d) + \log_a(e) + \log_a(f)$

$\log_a(x) = \log_a\left(\frac{bdef}{c}\right) \iff x = \frac{bdef}{c}$

Решение уравнения вида $\log_a(x) = \log_a(b) + \log_a(c) - \log_a(d) + \log_a(e) + \log_a(f)$

$\log_a(x) = \log_a\left(\frac{bcef}{d}\right) \iff x = \frac{bcef}{d}$

Решение уравнения вида $\log_a(x) = \log_a(b) - \log_a(c) - \log_a(d) + \log_a(e) + \log_a(f)$

$\log_a(x) = \log_a\left(\frac{bef}{cd}\right) \iff x = \frac{bef}{cd}$

Решение уравнения вида $\log_a(x) = \log_a(b) + \log_a(c) + \log_a(d) - \log_a(e) + \log_a(f)$

$\log_a(x) = \log_a\left(\frac{bcdef}{e}\right) \iff x = bcdef$

Решение уравнения вида $\log_a(x) = \log_a(b) - \log_a(c) + \log_a(d) - \log_a(e) + \log_a(f)$

$\log_a(x) = \log_a\left(\frac{bdf}{ce}\right) \iff x = \frac{bdf}{ce}$

Решение уравнения вида $\log_a(x) = \log_a(b) + \log_a(c) - \log_a(d) - \log_a(e) + \log_a(f)$

$\log_a(x) = \log_a\left(\frac{bcf}{de}\right) \iff x = \frac{bcf}{de}$

Решение уравнения вида $\log_a(x) = \log_a(b) - \log_a(c) - \log_a(d) - \log_a(e) + \log_a(f)$

$\log_a(x) = \log_a\left(\frac{bf}{cde}\right) \iff x = \frac{bf}{cde}$

Решение уравнения вида $\log_a(x) = \log_a(b) + \log_a(c) + \log_a(d) + \log_a(e) + \log_a(f) + \log_a(g)$

$\log_a(x) = \log_a(bcdefg) \iff x = bcdefg$

Решение уравнения вида $\log_a(x) = \log_a(b) - \log_a(c) + \log_a(d) + \log_a(e) + \log_a(f) + \log_a(g)$

$\log_a(x) = \log_a\left(\frac{bcdefg}{c}\right) \iff x = \frac{bcdefg}{c}$

Решение уравнения вида $\log_a(x) = \log_a(b) + \log_a(c) - \log_a(d) + \log_a(e) + \log_a(f) + \log_a(g)$

$\log_a(x) = \log_a\left(\frac{bcdefg}{d}\right) \iff x = \frac{bcdefg}{d}$

Решение уравнения вида $\log_a(x) = \log_a(b) - \log_a(c) - \log_a(d) + \log_a(e) + \log_a(f) + \log_a(g)$

$\log_a(x) = \log_a\left(\frac{bcdefg}{cd}\right) \iff x = \frac{bcdefg}{cd}$

Решение уравнения вида $\log_a(x) = \log_a(b) + \log_a(c) + \log_a(d) - \log_a(e) + \log_a(f) + \log_a(g)$

$\log_a(x) = \log_a\left(\frac{bcdefg}{e}\right) \iff x = bcdefg$

Решение уравнения вида $\log_a(x) = \log_a(b) - \log_a(c) + \log_a(d) - \log_a(e) + \log_a(f) + \log_a(g)$

$\log_a(x) = \log_a\left(\frac{bdfg}{ce}\right) \iff x = \frac{bdfg}{ce}$

Решение уравнения вида $\log_a(x) = \log_a(b) + \log_a(c) - \log_a(d) - \log_a(e) + \log_a(f) + \log_a(g)$

$\log_a(x) = \log_a\left(\frac{bcfg}{de}\right) \iff x = \frac{bcfg}{de}$

Решение уравнения вида $\log_a(x) = \log_a(b) - \log_a(c) - \log_a(d) - \log_a(e) + \log_a(f) + \log_a(g)$

$\log_a(x) = \log_a\left(\frac{bfg}{cde}\right) \iff x = \frac{bfg}{cde}$

Решение уравнения вида $\log_a(x) = \log_a(b) + \log_a(c) + \log_a(d) + \log_a(e) + \log_a(f) + \log_a(g) + \log_a(h)$

$\log_a(x) = \log_a(bcdefgh) \iff x = bcdefgh$

Решение уравнения вида $\log_a(x) = \log_a(b) - \log_a(c) + \log_a(d) + \log_a(e) + \log_a(f) + \log_a(g) + \log_a(h)$

$\log_a(x) = \log_a\left(\frac{bcdefgh}{c}\right) \iff x = \frac{bcdefgh}{c}$

Решение уравнения вида $\log_a(x) = \log_a(b) + \log_a(c) - \log_a(d) + \log_a(e) + \log_a(f) + \log_a(g) + \log_a(h)$

$\log_a(x) = \log_a\left(\frac{bcdefgh}{d}\right) \iff x = \frac{bcdefgh}{d}$

Решение уравнения вида $\log_a(x) = \log_a(b) - \log_a(c) - \log_a(d) + \log_a(e) + \log_a(f) + \log_a(g) + \log_a(h)$

$\log_a(x) = \log_a\left(\frac{bcdefgh}{cd}\right) \iff x = \frac{bcdefgh}{cd}$

N3) Логарифм частного

Квадрат логарифма равен логарифму квадрата: $\log_a \left(\frac{b}{c}\right) = \log_a b - \log_a c$

N4) Умножение логарифмов

При умножении двух логарифмов можно поменять местами основание при $a, b, c > 0, a \neq 1, c \neq 1$