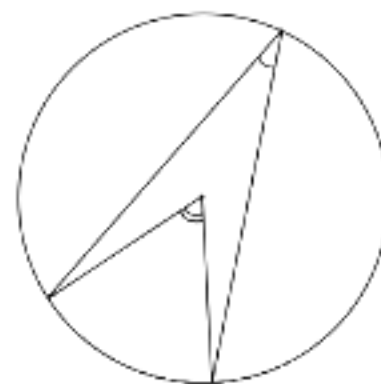


СЛИТЫЙ КИМ-2025 (без решений)

Задание №1

Центральный угол на 13° больше острого вписанного угла, опирающегося на ту же дугу окружности. Найдите вписанный угол. Ответ дайте в градусах.



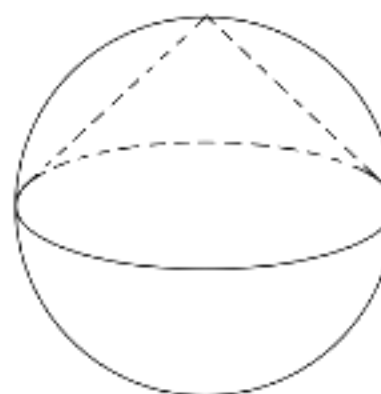
Задание №2

Даны векторы $\vec{a} = (2; -3)$ и $\vec{b} = (-4; -7)$. Найти скалярное произведение векторов $\vec{a} \cdot \vec{b}$

Задание №3

Около конуса описана сфера (центр сферы содержит окружность основания конуса и его вершину). Центр сферы находится в центре основания конуса.

Образующая конуса равна $\frac{15\sqrt{2}}{2}$. Найдите радиус сферы.



Задание №4

В таксопарке свободно 30 автомобилей: 19 желтых, 5 чёрных и 6 белых. По вызову приехал один из автомобилей, случайно оказавшийся ближе всего к клиенту. Какова вероятность того, что к нему приедет белое такси?

Задание №5

В ящике лежат 12 зеленых, 7 красных и 6 синих карандашей. Случайным образом достают два карандаша. Какова вероятность того, что достанут один красный и один синий карандаш?

Задание №6

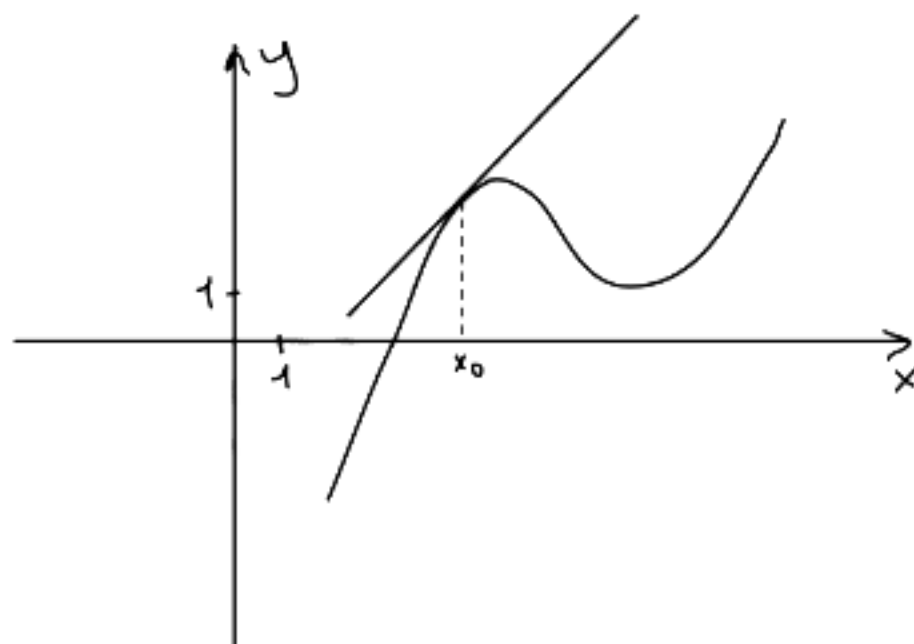
Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{3}\right)^{4-3x} = 9$

Задание №7

Найдите значение выражения $\log_{\sqrt{6}} 2 - 2 \cdot \log_{\frac{1}{6}} 3$

Задание №8

На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции в точке x_0 .



Задание №9

Расстояние от наблюдателя, находящегося на небольшой высоте h километров над землей, до наблюдаемой им линии горизонта вычисляется по формуле $l = \sqrt{2Rh}$, где $R = 6400$ км — радиус Земли. С какой высоты горизонт виден на расстоянии 24 километров? Ответ выразите в километрах.

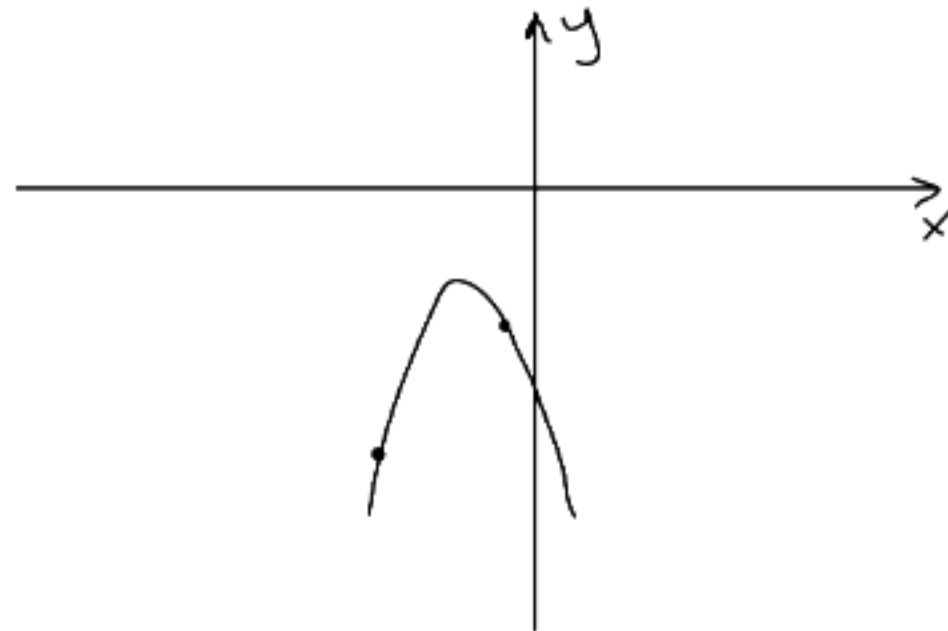
Задание №10

Имеется два сплава. Первый сплав содержит 10% бронзы, второй — 25% бронзы. Масса второго сплава больше массы первого на 8 кг. Из этих двух

сплавов получили третий сплав, содержащий 20% бронзы. Найдите массу третьего сплава. Ответ дайте в килограммах.

Задание №11

На рисунке изображён график функции $f(x) = -2x^2 + bx + c$. Найдите $f(3)$.



Задание №12

Найдите точку минимума $y = (2x^2 - 8x - 40)e^{12-x}$

Задание №13

- а) Решите уравнение $2 \sin^2 x - \sqrt{2} \cos(\frac{5\pi}{2} + x) - 2 = 0$
- б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-\frac{9\pi}{2}; -3\pi]$

Задание №14

В правильной треугольной призме $ABC A_1 B_1 C_1$ сторона основания $AC = 6$, а боковое ребро $BB_1 = 8$.

- а) Докажите, что плоскость $A_1 BC$ перпендикулярна плоскости проходящей через ребро AA_1 и середине ребра BC
- б) Найдите угол между плоскостями $A_1 BC$ и BCC_1

Задание №15

Решите неравенство:

$$\frac{\log_2 x}{\log_2 x - 4} + \frac{\log_2(8x) + 2}{\log_2(\frac{x}{8}) - 2} + \frac{22}{\log_2^2(\frac{1}{x}) - \log_2(4x^2) - 7\log_2 x + 22} > 0$$

Задание №16

20 января взяли кредит в банке на срок 19 месяцев. Условия его возврата таковы:

1-го числа каждого месяца долг возрастает на 12% по сравнению с концом предыдущего месяца. Со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга, а 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца. Известно, что после полного погашения кредита общая сумма выплат составила 4,84 млн. рублей. Какую сумму взяли в кредит?

Задание №17

В правильном шестиугольнике $ABCDEF$ через вершину A проведена прямая, которая пересекает отрезок CF в точке K и делит площадь шестиугольника $ABCDEF$ в отношении 1 : 23

- а) Докажите, что прямая AK делит диагональ FC в отношении 1 : 9
- б) Прямая AK пересекает описанную около шестиугольника $ABCDEF$ окружность в точке T . Найдите отношение, в котором прямая BT делит отрезок AC

Задание №18

Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$4a^2 - 9x^2 - 4a + 18|x| - 8 = 0$$

имеет ровно четыре различных решения

Задание №19

На доске написаны числа 1, 2, 3, ... 30. За один ход разрешается стереть произвольные три числа, сумма которых меньше 35 и отлична от каждой из сумм троек чисел, стёртых на предыдущих ходах

- а) Приведите пример последовательных

5 ходов

б) Можно ли сделать

10 ходов?

в) Какое наибольшее число ходов можно сделать?